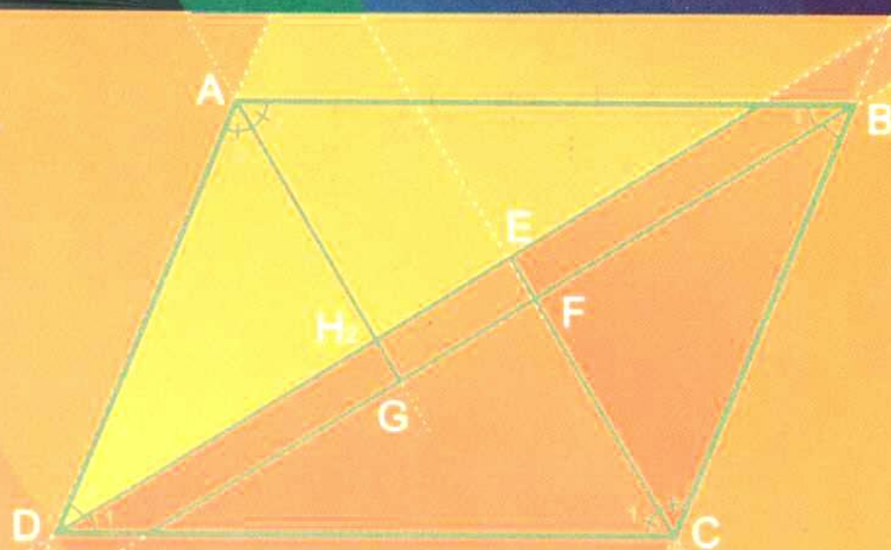
LÊ NHỨT - HUỲNH ĐỊNH TƯỜNG

GIẢI BÀI TẬP TOÁN 8

TẬP HAI





NHÀ XUẤT BẢN ĐẠI HỌC QUỐC GIA HÀ NỘI

LÊ NHỨT - HUỲNH ĐỊNH TƯỜNG

Giải bài tập

TOÁN 8

Tập hai



NHÀ XUẤT BẢN
ĐẠI HỌC QUỐC GIA HÀ NỘI

Đơn vị liên kết :
Công ty Sách hoa hồng

Lời nói đầu

Theo tinh thần đổi mới phương pháp dạy và học hiện nay, chúng tôi biên soạn quyển sách này theo cấu trúc như sau:

- ***Tóm tắt lí thuyết**: Giúp học sinh nắm vững và củng cố kiến thức cơ bản bài học.*
- ***Hệ thống bài tập**: Giúp học sinh vận dụng và rèn luyện kĩ năng tư duy toán học.*
- ***Bài tập nâng cao và câu hỏi trắc nghiệm**: Giúp học sinh làm quen với cách vận dụng kiến thức toán đã học để giải quyết tốt các dạng bài tập tự luận hay trắc nghiệm thường gặp trong các kì kiểm tra, thi cử.*

Quý phụ huynh có thể tham khảo quyển sách này để giúp đỡ, kiểm tra việc ôn tập ở nhà của con em mình. Quý thầy cô có thể xem đây như là tài liệu tham khảo thêm.

Chúng tôi mong đón nhận ý kiến xây dựng từ quý độc giả.

NHÓM BIÊN SOẠN

PHẦN ĐẠI SỐ

Chương III.
PHƯƠNG TRÌNH BẬC NHẤT MỘT ẨN

§1. MỞ ĐẦU VỀ PHƯƠNG TRÌNH

I. KIẾN THỨC CƠ BẢN

1. Phương trình một ẩn
   - Giả sử A(x) là một biểu thức chứa một biến x. Nếu thay x bởi một giá trị $x = x_0$ rồi thực hiện các phép tính trong biểu thức thì giá trị $A(x_0)$ được gọi là giá trị của biểu thức A(x) tại $x = x_0$, kí hiệu là $A(x_0)$.
   - Giả sử A(x) và B(x) là hai biểu thức chứa một biến x.

   Khi đó một phương trình với ẩn x có dạng A(x) = B(x).

   Ví dụ: - Phương trình 3x + 5 = 2a + 1 là phương trình với ẩn x.

   - Phương trình 2(t + 5) = 3t + 7 là phương trình với ẩn t.

   * Chú ý:

   a) Hệ thức x = m (với m là một số nào đó), cũng là một phương trình. Phương trình này chỉ rõ rằng m là nghiệm duy nhất của nó.

   b) Một phương trình có thể có một nghiệm, hai nghiệm, ba nghiệm,... nhưng cũng có thể không có nghiệm nào hoặc có vô số nghiệm. Phương trình không có nghiệm được gọi là "Phương trình vô nghiệm".
2. Giải phương trình
   - Cho phương trình A(x) = B(x).
   - Giải phương trình là đi tìm giá trị của x để các giá trị tương ứng của hai biểu thức bằng nhau. Giá trị tìm được gọi là nghiệm của phương trình.
   - Tập hợp tất cả các nghiệm của một phương trình được gọi là *tập hợp nghiệm* của phương trình đó và thường được kí hiệu là S.
3. Phương trình tương đương

   Cho hai phương trình A(x) = B(x) và C(x) = D(x). Ta gọi hai phương trình có cùng một tập hợp nghiệm là hai phương trình tương đương.

   Kí hiệu: A(x) = B(x) ⇔ C(x) = D(x).

II. BÀI TẬP

A. Bài tập mẫu

1. Cho phương trình $2(x + 2) - 7 = 3 - x$.

a) $x = -2$ có thỏa mãn phương trình không?

b) $x = 2$ có là một nghiệm của phương trình không?

Giải

Ta thay giá trị x vào từng vế của phương trình. Tính giá trị của từng vế và so sánh rồi rút ra kết luận.

a) Với $x = -2$, ta có:

– Vế trái (VT) có giá trị là: $2(x + 2) - 7 = 2(-2 + 2) - 7 = -7$

– Vế phải (VP) có giá trị là: $3 - x = 3 - (-2) = 5$

Vì $-7 \neq 5$, nghĩa là giá trị vế trái khác giá trị vế phải của phương trình.

Vậy $x = -2$ không thỏa mãn phương trình

hay $x = -2$ không phải là nghiệm của phương trình.

b) Với $x = 2$, ta có: $VT = 2(x + 2) - 7 = 2(2 + 2) - 7 = 1$

$VP = 3 - x = 3 - 2 = 1$

Vậy giá trị vế trái bằng giá trị vế phải. Vậy $x = 2$ là nghiệm của phương trình.

B. Bài tập giáo khoa cơ bản

1. Với mỗi phương trình sau, hãy xét xem $x = -1$ có là nghiệm của nó không:

a) $4x - 1 = 3x - 2$; b) $x + 1 = 2(x - 3)$; c) $2(x + 1) + 3 = 2 - x$?

Giải

a) Phương trình: $4x - 1 = 3x - 2$

Với $x = -1$: $VT = 4x - 1 = 4.(-1) - 1 = -5$

$VP = 3x - 2 = 3(-1) - 2 = -5$

Suy ra VT = VP. Vậy $x = -1$ là nghiệm phương trình $4x - 1 = 3x - 2$.

b) Phương trình $x + 1 = 2(x - 3)$

Với $x = -1$: $VT = x + 1 = 1 + (-1) = 0$

$VP = 2(x - 3) = 2(-1 - 3) = -8$

Suy ra $VT \neq VP$.

Vậy $x = -1$ không phải là nghiệm của phương trình: $x + 1 = 2(x - 3)$.

c) Phương trình $2(x + 1) + 3 = 2 - x$

Với $x = -1$: $VT = 2(x + 1) + 3 = 2(-1 + 1) + 3 = 3$

$VP = 2 - x = 2 - (-1) = 3$

Suy ra VT = VP

Vậy x = –1 là nghiệm của phương trình: $2(x + 1) + 3 = 2 - x$.

2. Trong các giá trị t = –1, t = 0 và t = 1, giá trị nào là nghiệm của phương trình $(t + 2)^2 = 3t + 4$?

Giải

Phương trình $(t + 2)^2 = 3t + 4$

– Với t = –1: $\left.\begin{array}{l} VT = (t+2)^2 = (-1+2)^2 = 1^2 = 1 \\ VP = 3t + 4 = 3(-1) + 4 = 1 \end{array}\right\} \Rightarrow VT = VP$

Vậy t = –1 là nghiệm của phương trình.

– Với t = 0: $\left.\begin{array}{l} VT = (t+2)^2 = (0+2)^2 = 4 \\ VP = 3t + 4 = 3.0 + 4 = 4 \end{array}\right\} \Rightarrow VT = VP$

Vậy t = 0 là nghiệm của phương trình.

– Với t = 1: $\left.\begin{array}{l} VT = (t+2)^2 = (1+2)^2 = 9 \\ VP = 3t + 4 = 3(1) + 4 = 7 \end{array}\right\} \Rightarrow VT \neq VP$

Vậy t = 1 không phải là nghiệm của phương trình.

3. Xét phương trình x + 1 = 1 + x. Ta thấy mọi số đều là nghiệm của nó. Người ta còn nói: Phương trình này nghiệm đúng với mọi x. Hãy cho biết tập nghiệm của phương trình đó.

Giải

Vì phương trình x + 1 = 1 + x nghiệm đúng với mọi $x \in R$. Vậy tập hợp nghiệm của phương trình trên là: S = R.

4. Nối mỗi phương trình sau với các nghiệm của nó (theo mẫu):

$3(x - 1) = 2x - 1$	(a)	(–1)
$\frac{1}{x+1} = 1 - \frac{x}{4}$	(b)	(2)
$x^2 - 2x - 3 = 0$	(c)	(3)

(mẫu: (c) nối với (–1))

Giải

$3(x - 1) = 2x - 1$	(a)	(–1)
$\frac{1}{x+1} = 1 - \frac{x}{4}$	(b)	(2)
$x^2 - 2x - 3 = 0$	(c)	(3)

(a) – (2); (b) – (3); (c) – (–1) và (3)

5. Hai phương trình x = 0 và x(x - 1) = 0 có tương đương không? Vì sao?

Giải

– Phương trình x = 0 có tập hợp nghiệm $S_1 = \{0\}$.

– Phương trình $x(x - 1) = 0 \Rightarrow \left[\begin{array}{l} x = 0 \\ x - 1 = 0 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 0 \\ x = 1 \end{array}\right.$

Vậy tập hợp nghiệm của phương trình là $S_2 = \{0, 1\}$. Ta có $S_1 \neq S_2$.

Vậy hai phương trình x = 0 và x(x - 1) = 0 là hai phương trình khô(n)g tương đương.

§2. PHƯƠNG TRÌNH BẬC NHẤT MỘT ẨN VÀ CÁCH GIẢI

I. KIẾN THỨC CƠ BẢN

1. Hai quy tắc biến đổi phương trình

a) Quy tắc chuyển vế: Trong một phương trình, ta có thể chuyển mộ(t) hạng tử từ vế này sang vế kia và đổi dấu hạng tử đó.

Ví dụ: $x + 3 = 0 \Leftrightarrow x = -3$

b) Quy tắc nhân với một số:

Trong một phương trình, ta có thể nhân cả hai vế với cùng một s(ố) khác 0, hoặc ta có thể chia cả hai vế cho cùng một số khác 0.

Ví dụ: $\frac{x}{2} = -1 \quad \Leftrightarrow 2.\frac{x}{2} = -1.2 \quad \Leftrightarrow x = -2$

hoặc $4x = \frac{4}{3} \quad \Leftrightarrow 4x : 4 = \frac{4}{3} : 4 \quad \Leftrightarrow x = \frac{1}{3}$

2. Giải phương trình bậc nhất một ẩn

a) Định nghĩa: (Phương trình bậc một ẩn)

Phương trình dạng ax + b = 0, với a và b là hai số đã cho và $a \neq 0$ được gọi là phương trình bậc nhất một ẩn.

b) Giải phương trình: Ta có phương trình ax + b = 0 $(a \neq 0)$.

- Bước 1: Chuyển vế và đổi dấu: ax = –b
- Bước 2: Chia hai vế cho a: $x = -\frac{b}{a}$

- Bước 3: Kết luận nghiệm: $S = \left\{-\frac{b}{a}\right\}$

Ví dụ: $2x - 6 = 0$

$2x = 6$

$x = \frac{6}{2} = 3$

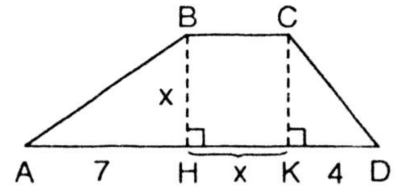
Vậy: $S = \{3\}$.

II. BÀI TẬP SÁCH GIÁO KHOA

6. Tính diện tích S của hình thang ABCD (hình bên) theo x bằng hai cách:

1) Theo công thức S = BH.(BC + DA) : 2 ;

2) $S = S_{ABH} + S_{BCKH} + S_{CKD}$



Sau đó, sử dụng giả thiết S = 20 để thu được hai phương trình tương đương với nhau. Trong hai phương trình ấy, có phương trình nào là phương trình bậc nhất không?

Giải

- *Cách 1:* (Dùng công thức tính diện tích hình thang).

  - Hình thang ABCD có đáy lớn AB là 7 + x + 4; đáy nhỏ BC là x, chiều cao BH là x. Vậy diện tích hình thang là:

$$S = \frac{1}{2}[(7 + x + 4) + x].x$$

  - Với S = 20, ta có phương trình:

$$20 = \frac{1}{2}[(7 + x + 4) + x].x \Leftrightarrow 20 = \frac{1}{2}x(2x + 11)$$

$$\Leftrightarrow 20 = x^2 + \frac{11}{2}x \Leftrightarrow x^2 + \frac{11}{2}x - 20 = 0$$

Đây không phải là phương trình bậc nhất (mà là phương trình bậc hai).

- *Cách 2:* (Diện tích hình thang bằng tổng diện tích hai tam giác vuông và diện tích hình vuông cạnh x).

  - Diện tích ΔABH là: $\frac{1}{2}.7.x = \frac{7}{2}x$

  - Diện tích ΔKCD là: $\frac{1}{2}.4.x = 2x$

  - Diện tích hình vuông BCKH là: x^2

Vậy diện tích S của hình thang là: $S = \frac{7}{2}x + 2x + x^2$

Với S = 20, ta có phương trình: $20 = \frac{7}{2}x + 2x + x^2 \Leftrightarrow x^2 + \frac{11}{2}x - 20 = 0$

Đây không phải là phương trình bậc nhất (mà là phương trình bậc hai).

7. Hãy chỉ ra các phương trình bậc nhất trong các phương trình sau:

a) $1 + x = 0$; b) $x + x^2 = 0$; c) $1 - 2t = 0$

d) $3y = 0$; e) $0x - 3 = 0$.

Giải

Có ba phương trình bậc nhất là:

a) $1 + x = 0$ (ẩn x) ; c) $1 - 2t = 0$ (ẩn t) ; d) $3y = 0$ (ẩn y)

8. Giải các phương trình: a) $4x - 20 = 0$; b) $2x + x + 12 = 0$;

c) $x - 5 = 3 - x$; d) $7 - 3x = 9 - x$.

Giải

a) $4x - 20 = 0 \Leftrightarrow 4x = 20 \Leftrightarrow x = 5$. Vậy $S = \{5\}$

b) $2x + x + 12 = 0 \Leftrightarrow 3x = -12 \Leftrightarrow x = -4$. Vậy $S = \{-4\}$

c) $x - 5 = 3 - x \Leftrightarrow x + x = 3 + 5 \Leftrightarrow x = 4$. Vậy $S = \{4\}$

d) $7 - 3x = 9 - x \Leftrightarrow -3x + x = 9 - 7 \Leftrightarrow x = -1$. Vậy $S = \{-1\}$

9. Giải các phương trình sau, viết số gần đúng của mỗi nghiệm ở dạng số thập phân bằng cách làm tròn đến hàng phần trăm:

a) $3x - 11 = 0$; b) $12 + 7x = 0$; c) $10 - 4x = 2x - 3$

Giải

a) $3x - 11 = 0 \Leftrightarrow 3x = 11 \Leftrightarrow x = \frac{11}{3} = 3,66... \Leftrightarrow x \approx 3,67$

Vậy giá trị gần đúng của nghiệm là $x = 3,67$.

b) $12 + 7x = 0 \Leftrightarrow 7x = -12 \Leftrightarrow x = -\frac{12}{7} = -1,714... \Leftrightarrow x \approx -1,71$

Vậy giá trị gần đúng của nghiệm là $x \approx -1,71$.

c) $10 - 4x = 2x - 3 \Leftrightarrow -4x - 2x = -3 - 10 \Leftrightarrow -6x = -13$

$$\Leftrightarrow x = \frac{-13}{-6} = \frac{13}{6} = 2,166... \Leftrightarrow x \approx 2,17$$

Vậy giá trị gần đúng của nghiệm là $x \approx 2,17$.

§3. PHƯƠNG TRÌNH ĐƯA ĐƯỢC VỀ DẠNG ax + b = 0

I. KIẾN THỨC CƠ BẢN

1. Các bước biến đổi cơ bản đưa phương trình đã cho về dạng ax + b = 0:

   Bước 1: Quy đồng mẫu hai vế và bỏ mẫu (nếu có).

   Bước 2: Khai triển và bỏ dấu ngoặc (nếu có)

   Bước 3: Chuyển vế các hạng tử

   (Các hạng tử chứa ẩn ở một vế, các hằng số ở một vế)

   Bước 4: Thu gọn.

   Bước 5: Chia hai vế cho hệ số của ẩn.

   Bước 6: Kết luận nghiệm phương trình.

2. Các phương trình ax = b có dạng đặc biệt:

   a) Phương trình có dạng 0x = b (b ≠ 0)

   Kết luận: Phương trình vô nghiệm hay S = ∅

   b) Phương trình có dạng 0x = 0

   Kết luận: Phương trình có vô số nghiệm số hay S = R.

II. BÀI TẬP SÁCH GIÁO KHOA

10. Tìm chỗ sai và sửa lại các bài giải sau cho đúng:

a)

$$3x - 6 + x = 9 - x$$
$$\Leftrightarrow 3x + x - x = 9 - 6$$
$$\Leftrightarrow 3x = 3$$
$$\Leftrightarrow x = 1$$

b)

$$2t - 3 + 5t = 4t + 12$$
$$\Leftrightarrow 2t + 5t - 4t = 12 - 3$$
$$\Leftrightarrow 3t = 9$$
$$\Leftrightarrow t = 3$$

Giải

a) Sai ở dòng thứ 2 vì 2 số hạng –6 và –x chuyển vế mà không đổi dấu. Sửa lại cho đúng như sau:

$$3x - 6 + x = 9 - x \Leftrightarrow 3x + x + x = 9 + 6$$
$$\Leftrightarrow 5x = 15 \Leftrightarrow x = 3$$

b) Sai ở dòng thứ 2 vì chuyển số hạng –3 sang vế phải mà không đổi dấu. Sửa lại cho đúng như sau:

$$2t - 3 + 5t = 4t + 12 \Leftrightarrow 2t + 5t - 4t = 12 + 3$$
$$\Leftrightarrow 3t = 15 \Leftrightarrow t = 5.$$

11. Giải các phương trình:

a) $3x - 2 = 2x - 3$;

b) $3 - 4u + 24 + 6u = u + 27 + 3u$;

c) $5 - (x - 6) = 4(3 - 2x)$;

d) $-6(1,5 - 2x) = 3(-15 + 2x)$;

e) $0,1 - 2(0,5t - 0,1) = 2(t - 2,5) - 0,7$;

f) $\frac{3}{2}\left(x - \frac{5}{4}\right) - \frac{5}{8} = x$

Giải

a) $3x - 2 = 2x - 3 \Leftrightarrow 3x - 2x = -3 + 2 \Leftrightarrow x = -1$. Vậy $S = \{-1\}$

b) $3 - 4u + 24 + 6u = u + 27 + 3u \Leftrightarrow -4u + 6u - u - 3u = 27 - 3 - 24$

$\Leftrightarrow -2u = 0 \Leftrightarrow u = 0$. Vậy $S = \{0\}$.

c) $5 - (x - 6) = 4(3 - 2x) \Leftrightarrow 5 - x + 6 = 12 - 8x$

$\Leftrightarrow -x + 8x = 12 - 5 - 6 \Leftrightarrow 7x = 1 \Leftrightarrow x = \frac{1}{7}$. Vậy $S = \left\{\frac{1}{7}\right\}$.

d) $-6(1,5 - 2x) = 3(-15 + 2x) \Leftrightarrow -9 + 12x = -45 + 6x$

$\Leftrightarrow 12x - 6x = -45 + 9 \Leftrightarrow 6x = -36 \Leftrightarrow x = -6$. Vậy $S = \{-6\}$.

e) $0,1 - 2(0,5t - 0,1) = 2(t - 2,5) - 0,7 \Leftrightarrow 0,1 - t + 0,2 = 2t - 5 - 0,7$

$\Leftrightarrow -t - 2t = -5 - 0,7 - 0,1 - 0,2 \Leftrightarrow -3t = -6 \Leftrightarrow t = 2$. Vậy $S = \{2\}$.

f) $\frac{3}{2}\left(x - \frac{5}{4}\right) - \frac{5}{8} = x \Leftrightarrow \frac{3}{2}x - \frac{15}{8} - \frac{5}{8} = x$

$\Leftrightarrow \frac{3}{2}x - x = \frac{15}{8} + \frac{5}{8} \Leftrightarrow \left(\frac{3}{2} - 1\right)x = \frac{20}{8}$

$\Leftrightarrow \frac{1}{2}x = \frac{5}{2} \Leftrightarrow x = \frac{5}{2} : \frac{1}{2} = 5$. Vậy $S = \{5\}$.

12. Giải các phương trình:

a) $\frac{5x - 2}{3} = \frac{5 - 3x}{2}$;

b) $\frac{10x + 3}{12} = 1 + \frac{6 + 8x}{9}$;

c) $\frac{7x - 1}{6} + 2x = \frac{16 - x}{5}$;

d) $4(0,5 - 1,5x) = -\frac{5x - 6}{3}$.

Giải

a) $\frac{5x - 2}{3} = \frac{5 - 3x}{2}$; MTC = 6

$\Leftrightarrow 2(5x - 2) = 3(5 - 3x) \Leftrightarrow 10x - 4 = 15 - 9x$

$\Leftrightarrow 10x + 9x = 15 + 4 \Leftrightarrow 19x = 19 \Leftrightarrow x = 1$. Vậy $S = \{1\}$.

b) $\frac{10x+3}{12} = 1 + \frac{6+8x}{9}$; MTC = 36

$\Leftrightarrow 3(10x + 3) = 36 + 4(6 + 8x) \Leftrightarrow 30x + 9 = 36 + 24 + 32x$

$\Leftrightarrow 30x - 32x = 36 + 24 - 9 \Leftrightarrow -2x = 51 \Leftrightarrow x = -\frac{51}{2}$. Vậy $S = \left\{-\frac{51}{2}\right\}$.

c) $\frac{7x-1}{6} + 2x = \frac{16-x}{5}$; MTC = 30

$\Leftrightarrow 5(7x - 1) + 60x = 6(16 - x) \Leftrightarrow 35x - 5 + 60x = 96 - 6x$

$\Leftrightarrow 35x + 60x + 6x = 96 + 5 \Leftrightarrow 101x = 101 \Leftrightarrow x = 1$. Vậy $S = \{1\}$.

d) $4(0,5 - 1,5x) = -\frac{5x-6}{3}$; MTC = 3

$\Leftrightarrow 12(0,5 - 1,5x) = -(5x - 6) \Leftrightarrow 6 - 18x = -5x + 6$

$\Leftrightarrow -18x + 5x = 6 - 6 \Leftrightarrow -13x = 0 \Leftrightarrow x = 0$. Vậy $S = \{0\}$.

13. Bạn Hòa giải phương trình:

$x(x + 2) = x(x + 3)$

$\Leftrightarrow x + 2 = x + 3$

$\Leftrightarrow x - x = 3 - 2$

$\Leftrightarrow 0x = 1$ (vô nghiệm)

Theo em, bạn Hòa giải đúng hay sai?

Em sẽ giải phương trình đó như thế nào?

Giải

Bạn Hòa giải sai ở dòng thứ 2 vì đã chia 2 vế của phương trình cho biến x vì khi đó phương trình mới sẽ không tương đương với phương trình đã cho.

Giải đúng như sau: $x(x + 2) = x(x + 3)$

$\Leftrightarrow x^2 + 2x = x^2 + 3x \Leftrightarrow x^2 - x^2 + 2x - 3x = 0$

$\Leftrightarrow -x = 0 \Leftrightarrow x = 0$. Vậy $S = \{0\}$.

Luyện tập

14. Số nào trong ba số –1, 2 và –3 nghiệm đúng mỗi phương trình sau:

$|x| = x$ (1)

$x^2 + 5x + 6 = 0$ (2)

$\frac{6}{1-x} = x + 4$ (3)

Giải

Hướng dẫn: Thay x = –1; 2 và –3 lần lượt vào từng vế của mỗi phương trình, tính giá trị của chúng rồi so sánh giá trị hai vế. Ta nhận thấy:

* x = –1 là nghiệm của phương trình $\frac{6}{1-x} = x + 4$

Thật vậy: $VT = \frac{6}{1-x} = \frac{6}{1-(-1)} = 3$

$VP = x + 4 = -1 + 4 = 3$

Vậy VT = VP.

* x = 2 là nghiệm của phương trình $|x| = x$

Thật vậy $VT = |x| = |2| = 2$

$VP = x = 2$

Vậy VT = VP.

* x = –3 là nghiệm của phương trình $x^2 + 5x + 6 = 0$

Thật vậy $VT = x^2 + 5x + 6 = (-3)^2 + 5(-3) + 6 = 0$.

15. Một xe máy khởi hành từ Hà Nội đi Hải Phòng với vận tốc trung bình 32km/h. Sau đó 1 giờ, một ôtô cũng khởi hành từ Hà Nội đi Hải Phòng, cùng đường với xe máy và với vận tốc trung bình 48km/h. Hãy viết phương trình biểu thị việc ôtô gặp xe máy sau x giờ, kể từ khi ôtô khởi hành.

Giải

Trong x (giờ), ôtô đi được 48x (km)

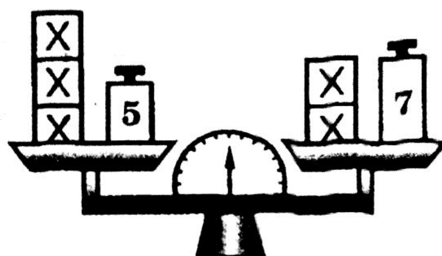
Xe máy đi trước ôtô 1 giờ nên thời gian xe máy đi là x + 1 (giờ)

Trong thời gian đó quãng đường xe máy đi được là 32(x + 1) (km).

Ôtô gặp xe máy sau x (giờ) kể từ khi ôtô khởi hành có nghĩa là đến thời điểm đó quãng đường hai xe đi được là bằng nhau.

Vậy phương trình cần tìm là: $48x = 32(x + 1)$

16. Viết phương trình biểu thị cân thăng bằng trong hình bên (đơn vị khối lượng là gam).



Giải

Phương trình biểu thị cân bằng như sau:

$3x + 5 = 2x + 7$

17. Giải các phương trình:

a) $7 + 2x = 22 - 3x$;

b) $8x - 3 = 5x + 12$;

c) $x - 12 + 4x = 25 + 2x - 1$;

d) $x + 2x + 3x - 19 = 3x + 5$

e) $7 - (2x + 4) = -(x + 4)$;

f) $(x - 1) - (2x - 1) = 9 - x$

Giải

a) $7 + 2x = 22 - 3x \Leftrightarrow 2x + 3x = 22 - 7 \Leftrightarrow 5x = 15 \Leftrightarrow x = 3$. Vậy $S = \{3\}$.

b) $8x - 3 = 5x + 12 \Leftrightarrow 8x - 5x = 12 + 3 \Leftrightarrow 3x = 15 \Leftrightarrow x = 5$. Vậy $S = \{5\}$.

c) $x - 12 + 4x = 25 + 2x - 1 \Leftrightarrow x + 4x - 2x = 25 - 1 + 12$

$\Leftrightarrow 3x = 36 \Leftrightarrow x = 12$. Vậy $S = \{12\}$.

d) $x + 2x + 3x - 19 = 3x + 5 \Leftrightarrow x + 2x + 3x - 3x = 5 + 19$

$\Leftrightarrow 3x = 24 \Leftrightarrow x = 8$. Vậy $S = \{8\}$.

e) $7 - (2x + 4) = -(x + 4) \Leftrightarrow 7 - 2x - 4 = -x - 4 \Leftrightarrow -2x + x = -4 - 7 + 4$

$\Leftrightarrow -x = -7 \Leftrightarrow x = 7$. Vậy $S = \{7\}$.

f) $(x - 1) - (2x - 1) = 9 - x \Leftrightarrow x - 1 - 2x + 1 = 9 - x$

$\Leftrightarrow x - 2x + x = 9 + 1 - 1 \Leftrightarrow 0x = 9$.

Ta không tìm được giá trị nào của x để $0x = 9$. Vậy phương trình vô nghiệm hay $S = \varnothing$.

18. Giải các phương trình:

a) $\frac{x}{3} - \frac{2x+1}{2} = \frac{x}{6} - x$;

b) $\frac{2+x}{5} - 0,5x = \frac{1-2x}{4} + 0,25$

Giải

a) $\frac{x}{3} - \frac{2x+1}{2} = \frac{x}{6} - x$; MTC = 6

$\Leftrightarrow 2x - 3(2x + 1) = x - 6x$

$\Leftrightarrow 2x - 6x - 3 = x - 6x$

$\Leftrightarrow 2x - 6x - x + 6x = 3 \Leftrightarrow x = 3$. Vậy $S = \{3\}$.

b) $\frac{2+x}{5} - 0,5x = \frac{1-2x}{4} + 0,25$; MTC = 20

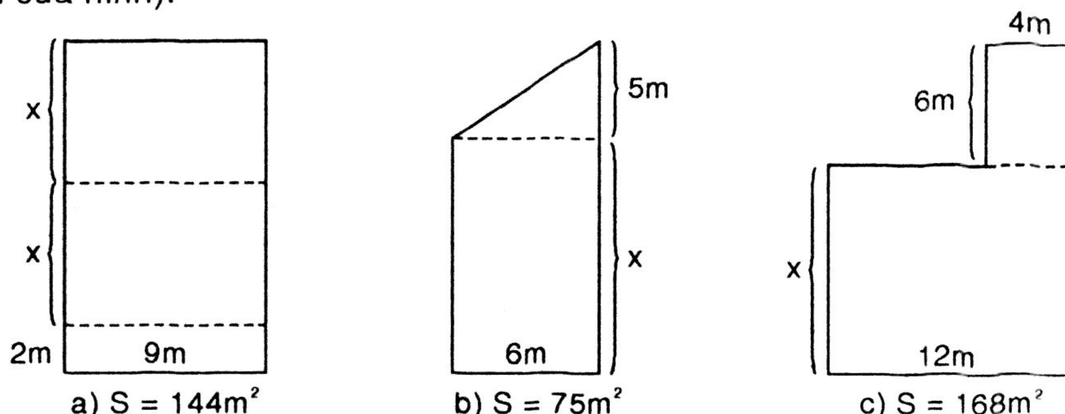
$\Leftrightarrow 4(2 + x) - 20.0,5x = 5(1 - 2x) + 20.0,25$

$\Leftrightarrow 8 + 4x - 10x = 5 - 10x + 5$

$\Leftrightarrow 4x - 10x + 10x = 5 + 5 - 8$

$\Leftrightarrow 4x = 2 \Leftrightarrow x = \frac{1}{2}$. Vậy $S = \left\{\frac{1}{2}\right\}$.

19. Viết phương trình ẩn x rồi tính x (mét) trong mỗi hình dưới đây (S là diện tích của hình):



a) $S = 144m^2$ b) $S = 75m^2$ c) $S = 168m^2$

Giải

a) Ta biết $S_{hcn} = d.R$. Theo hình vẽ ta có:

$$144 = 9(2x + 2) \Leftrightarrow 18x + 18 = 144 \Leftrightarrow 18x = 144 - 18$$

$$\Leftrightarrow 18x = 126 \Leftrightarrow x = 7.$$ Vậy x = 7 (m).

b) Ta nhận thấy diện tích hình đã cho bằng diện tích hình chữ nhật cộng với diện tích hình tam giác vuông.

Ta có: $75 = 6x + \frac{1}{2}.6.5 \Leftrightarrow 75 = 6x + 15 \Leftrightarrow 6x = 75 - 15 = 60$

$\Leftrightarrow x = 10$. Vậy x = 10 (m).

c) Ta nhận thấy diện tích hình đã cho bằng tổng diện tích hai hình chữ nhật.

Ta có: $12x + 6.4 = 168 \Leftrightarrow 12x + 24 = 168 \Leftrightarrow 12x = 168 - 24 = 144$

$\Leftrightarrow x = 12$. Vậy x = 12 (m).

20. Đố. Trung bảo Nghĩa hãy nghĩ ở trong đầu một số tự nhiên tùy ý, sau đó Nghĩa thêm 5 vào số ấy, nhân tổng nhận được với 2, được bao nhêu đem trừ đi 10, tiếp tục nhân hiệu tìm được với 3 rồi cộng thêm 66, cuối cùng chia kết quả cho 6. Chẳng hạn, nếu Nghĩa nghĩ đến số 7 thì quá trình tính toán sẽ là: 7 → (7 + 5 = 12) → (12.2 = 24) → (24 − 10 = 14) → (14.3 = 42) → (42 + 66 = 108) → (108 : 6 = 18).

Trung chỉ cần biết kết quả cuối cùng (số 18) là đoán ngay được số Nghĩa đã nghĩ là số nào.

Nghĩa thử mấy lần, Trung đều đoán đúng. Nghĩa phục tài Trung lắm. Đố em tìm ra bí quyết của Trung đấy!

Giải

Gọi số mà Nghĩa nghĩ ra trong đầu là x ($x \in N$)

Khi đó nếu làm theo Trung thì Nghĩa đã cho Trung biết số:

$$A = \{[(x + 5).2 - 10].3 + 66\} : 6$$

Rút gọn ta có: $A = (6x + 66) : 6 = x + 11$

Suy ra $x = A - 11$

Bởi vậy, Trung chỉ việc lấy số A (Nghĩa đã cho biết số này) trừ đi 11 là biết ngay Nghĩa đã nghĩ ra số nào.

§4. PHƯƠNG TRÌNH TÍCH

I. KIẾN THỨC CƠ BẢN

1. Tính chất của phép nhân: Trong một tích, nếu có một thừa số bằng 0 thì tích đó bằng 0. Ngược lại, nếu tích bằng 0 thì ít nhất một trong các thừa số của tích bằng 0.

2. Dạng tổng quát của phương trình tích và cách giải:

$$\boxed{A(x).B(x) = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} A(x) = 0 \\ B(x) = 0 \end{array}\right.}$$

3. Các bước giải:

Bước 1: Đưa phương trình đã cho về dạng tổng quát: $A(x).B(x) = 0$

Bằng cách: – Chuyển tất cả các hạng tử của phương trình về vế trái, khi đó vế phải bằng 0.

– Phân tích đa thức thu được ở vế trái thành nhân tử.

Bước 2: Giải phương trình và kết luận.

II. BÀI TẬP SÁCH GIÁO KHOA

21. Giải các phương trình:

a) $(3x - 2)(4x + 5) = 0$;

b) $(2,3x - 6,9)(0,1x + 2) = 0$

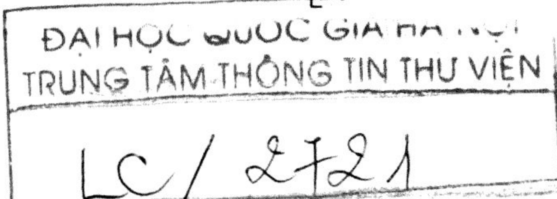
c) $(4x + 2)(x^2 + 1) = 0$;

d) $(2x + 7)(x - 5)(5x + 1) = 0$;

Giải

a) $(3x - 2)(4x + 5) = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} 3x - 2 = 0 \\ 4x + 5 = 0 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = \dfrac{2}{3} \\ x = -\dfrac{5}{4} \end{array}\right.$. Vậy $S = \left\{-\dfrac{5}{4}; \dfrac{2}{3}\right\}$.

b) $(2,3x - 6,9)(0,1x + 2) = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} 2,3x - 6,9 = 0 \\ 0,1x + 2 = 0 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 3 \\ x = -20 \end{array}\right.$. Vậy $S = \{-20, 3\}$



c) $(4x + 2)(x^2 + 1) = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} 4x + 2 = 0 \\ x^2 + 1 = 0 (VN) \end{array}\right. \Leftrightarrow 4x + 2 = 0 \Leftrightarrow x = -\frac{1}{2}$.

Vậy $S = \left\{-\frac{1}{2}\right\}$.

d) $(2x + 7)(x - 5)(5x + 1) = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} 2x + 7 = 0 \\ x - 5 = 0 \\ 5x + 1 = 0 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = -\frac{7}{2} \\ x = 5 \\ x = -\frac{1}{5} \end{array}\right.$

Vậy $S = \left\{-\frac{7}{2}; -\frac{1}{5}; 5\right\}$.

22. Bằng các phân tích vế trái thành nhân tử, giải các phương trình sau:

a) $2x(x - 3) + 5(x - 3) = 0$;
b) $(x^2 - 4) + (x - 2)(3 - 2x) = 0$

c) $x^3 - 3x^2 + 3x - 1 = 0$;
d) $x(2x - 7) - 4x + 14 = 0$;

e) $(2x - 5)^2 - (x + 2)^2 = 0$;
f) $x^2 - x - (3x - 3) = 0$.

Giải

a) $2x(x - 3) + 5(x - 3) = 0 \Leftrightarrow (x - 3)(2x + 5) = 0$

$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x - 3 = 0 \\ 2x + 5 = 0 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 3 \\ x = -\frac{5}{2} \end{array}\right.$. Vậy $S = \left\{-\frac{5}{2}; 3\right\}$.

b) $(x^2 - 4) + (x - 2)(3 - 2x) = 0$

$\Leftrightarrow (x - 2)(x + 2) + (x - 2)(3 - 2x) = 0$

$\Leftrightarrow (x - 2)(x + 2 + 3 - 2x) = 0 \Leftrightarrow (x - 2)(5 - x) = 0$

$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} 5 - x = 0 \\ x - 2 = 0 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 5 \\ x = 2 \end{array}\right.$. Vậy $S = \{2; 5\}$.

c) $x^3 - 3x^2 + 3x - 1 = 0 \Leftrightarrow (x - 1)^3 = 0 \Leftrightarrow x = 1$. Vậy $S = \{1\}$.

d) $x(2x - 7) - 4x + 14 = 0 \Leftrightarrow x(2x - 7) - 2(2x - 7) = 0$

$\Leftrightarrow (2x - 7)(x - 2) = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} 2x - 7 = 0 \\ x - 2 = 0 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = \frac{7}{2} \\ x = 2 \end{array}\right.$. Vậy $S = \left\{2; \frac{7}{2}\right\}$.

e) $(2x - 5)^2 - (x + 2)^2 = 0 \Leftrightarrow (2x - 5 + x + 2)(2x - 5 - x - 2) = 0$

$\Leftrightarrow (3x - 3)(x - 7) = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} 3x - 3 = 0 \\ x - 7 = 0 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 1 \\ x = 7 \end{array}\right.$. Vậy $S = \{1; 7\}$.

f) $x^2 - x - (3x - 3) = 0 \Leftrightarrow x(x-1) - 3(x-1) = 0 \Leftrightarrow (x-1)(x-3) = 0$

$$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x - 1 = 0 \\ x - 3 = 0 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 1 \\ x = 3 \end{array}\right.. \text{ Vậy } S = \{1; 3\}.$$

Luyện tập

23. Giải các phương trình:

a) $x(2x - 9) = 3x(x - 5)$;

b) $0{,}5x(x - 3) = (x - 3)(1{,}5x - 1)$;

c) $3x - 15 = 2x(x - 5)$;

d) $\frac{3}{7}x - 1 = \frac{1}{7}x(3x - 7)$;

Giải

a) $x(2x - 9) = 3x(x - 5) \Leftrightarrow 2x^2 - 9x - 3x^2 + 15x = 0 \Leftrightarrow -x^2 + 6x = 0$

$$\Leftrightarrow -x(x-6) = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} -x = 0 \\ x - 6 = 0 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 0 \\ x = 6 \end{array}\right.. \text{ Vậy } S = \{0; 6\}.$$

b) $0{,}5x(x - 3) = (x - 3)(1{,}5x - 1) \Leftrightarrow 0{,}5x(x - 3) - (x - 3)(1{,}5x - 1) = 0$

$\Leftrightarrow (x - 3)[0{,}5x - (1{,}5x - 1)] = 0 \Leftrightarrow (x - 3)(-x + 1) = 0$

$$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x - 3 = 0 \\ -x + 1 = 0 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 3 \\ x = 1 \end{array}\right.. \text{ Vậy } S = \{1; 3\}.$$

c) $3x - 15 = 2x(x - 5) \Leftrightarrow 3(x - 5) - 2x(x - 5) = 0$

$$\Leftrightarrow (x-5)(3-2x) = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x - 5 = 0 \\ 3 - 2x = 0 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 5 \\ x = \frac{3}{2} \end{array}\right.. \text{ Vậy } S = \left\{\frac{3}{2}; 5\right\}.$$

d) $\frac{3}{7}x - 1 = \frac{1}{7}x(3x - 7) \Leftrightarrow 3x - 7 = x(3x - 7) \Leftrightarrow 3x - 7 - x(3x - 7) = 0$

$$\Leftrightarrow (3x - 7)(1 - x) = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} 3x - 7 = 0 \\ 1 - x = 0 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = \frac{7}{3} \\ x = 1 \end{array}\right.. \text{ Vậy } S = \left\{1; \frac{7}{3}\right\}.$$

24. Giải các phương trình:

a) $(x^2 - 2x + 1) - 4 = 0$;

b) $x^2 - x = -2x + 2$;

c) $4x^2 + 4x + 1 = x^2$;

d) $x^2 - 5x + 6 = 0$;

Giải

a) $(x^2 - 2x + 1) - 4 = 0 \Leftrightarrow (x - 1)^2 - 2^2 = 0$

$\Leftrightarrow (x - 1 + 2)(x - 1 - 2) = 0 \Leftrightarrow (x + 1)(x - 3) = 0$

$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x+1=0 \\ x-3=0 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=-1 \\ x=3 \end{array}\right.$. Vậy S = {-1; 3}.

b) $x^2 - x = -2x + 2 \Leftrightarrow x^2 - x + 2x - 2 = 0 \Leftrightarrow x(x-1) + 2(x-1) = 0$

$\Leftrightarrow (x-1)(x+2) = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x-1=0 \\ x+2=0 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=1 \\ x=-2 \end{array}\right.$. Vậy S = {-2; 1}.

c) $4x^2 + 4x + 1 = x^2 \Leftrightarrow (4x^2 + 4x + 1) - x^2 = 0$

$\Leftrightarrow (2x+1)^2 - x^2 = 0 \Leftrightarrow (2x+1+x)(2x+1-x) = 0$

$\Leftrightarrow (3x+1)(x+1) = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} 3x+1=0 \\ x+1=0 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=-\frac{1}{3} \\ x=-1 \end{array}\right.$. Vậy $S = \left\{-1; -\frac{1}{3}\right\}$.

d) $x^2 - 5x + 6 = 0 \Leftrightarrow x^2 - 2x - 3x + 6 = 0 \Leftrightarrow (x^2 - 2x) - (3x - 6) = 0$

$\Leftrightarrow x(x-2) - 3(x-2) = 0 \Leftrightarrow (x-2)(x-3) = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x-2=0 \\ x-3=0 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=2 \\ x=3 \end{array}\right.$

Vậy S = {2; 3}.

25. Giải các phương trình:

a) $2x^3 + 6x^2 = x^2 + 3x$; b) $(3x-1)(x^2+2) = (3x-1)(7x-10)$.

Giải

a) $2x^3 + 6x^2 = x^2 + 3x \Leftrightarrow 2x^2(x+3) = x(x+3)$

$\Leftrightarrow 2x^2(x+3) - x(x+3) = 0 \Leftrightarrow (x+3)(2x^2 - x) = 0$

$\Leftrightarrow (x+3).x(2x-1) = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x+3=0 \\ x=0 \\ 2x-1=0 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=-3 \\ x=0 \\ x=\frac{1}{2} \end{array}\right.$. Vậy $S = \left\{-3; 0; \frac{1}{2}\right\}$

b) $(3x-1)(x^2+2) = (3x-1)(7x-10)$

$\Leftrightarrow (3x-1)(x^2+2) - (3x-1)(7x-10) = 0$

$\Leftrightarrow (3x-1)[(x^2+2) - (7x-10)] = 0 \Leftrightarrow (3x-1)(x^2 - 7x + 12) = 0$

$\Leftrightarrow (3x-1)[(x^2 - 3x) - (4x - 12)] = 0 \Leftrightarrow (3x-1)(x-3)(x-4) = 0$

$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} 3x-1=0 \\ x-3=0 \\ x-4=0 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=\frac{1}{3} \\ x=3 \\ x=4 \end{array}\right.$. Vậy $S = \left\{\frac{1}{3}; 3; 4\right\}$.

26. Trò chơi *(Xem SGK Toán 8, tập hai).*

Hướng dẫn

– Đề số 1: $x = 2$; – Đề số 2: $y = \frac{1}{2}$; – Đề số 3: $z = \frac{2}{3}$

– Đề số 4: Với $z = \frac{2}{3}$, ta có phương trình $\frac{2}{3}(t^2 - 1) = \frac{1}{3}(t^2 + t)$

$\Leftrightarrow \quad 2(t^2 - 1) = t^2 + t \Leftrightarrow 2(t - 1)(t + 1) = t(t + 1)$

$\Leftrightarrow \quad 2(t - 1)(t + 1) - t(t + 1) = 0 \Leftrightarrow (t + 1)(2t - 2 - t) = 0$

$\Leftrightarrow \quad (t + 1)(t - 2) = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} t + 1 = 0 \\ t - 2 = 0 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} t = -1 \text{ (loại vì } t > 0) \\ t = 2 \end{array}\right.$

Vậy $t = 2$.

§5. PHƯƠNG TRÌNH CHỨA ẨN Ở MẪU

I. KIẾN THỨC CƠ BẢN

1. Điều kiện xác định của một phương trình:

Điều kiện xác định của một phương trình (có chứa mẫu) là tập hợp các giá trị của biến làm cho các mẫu thức trong phương trình đều khác 0.

Ví dụ: Tìm điều kiện xác định của phương trình: $\frac{3}{x-2} = \frac{x+4}{x+1}$

ĐKXĐ của phương trình là: $\begin{cases} x - 2 \neq 0 \\ x + 1 \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \neq 2 \\ x \neq -1 \end{cases}$

2. Giải phương trình chứa ẩn ở mẫu: Muốn giải phương trình chứa ẩn ở mẫu thức ta thường qua các bước giải sau:

Bước 1: Tìm điều kiện xác định (ĐKXĐ) của phương trình.

Bước 2: Quy đồng mẫu ở hai vế và khử mẫu.

Bước 3: Giải phương trình vừa nhận được.

Bước 4: Kết luận

Trong các giá trị của ẩn vừa tìm được ở bước 3, các giá trị thỏa mãn điều kiện xác định mới là nghiệm của phương trình đã cho.

II. BÀI TẬP

A. Bài tập mẫu

Giải phương trình: $\frac{x}{2(x-3)} + \frac{x}{2x+2} = \frac{2x}{(x+1)(x-3)}$ (1)

Giải

B1. Điều kiện xác định của phương trình:

$$\begin{cases} 2(x-3) \neq 0 \\ 2x+2 \neq 0 \\ x+1 \neq 0 \\ x-3 \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \neq 3 \\ x \neq -1 \\ x \neq -1 \\ x \neq 3 \end{cases} \Leftrightarrow x \neq -1 \text{ và } x \neq 3$$

B2. Quy đồng và khử mẫu thức: MTC = $2(x + 1)(x - 3)$

Khi đó (1) $\Leftrightarrow \frac{x(x+1)+x(x-3)}{2(x+1)(x-3)} = \frac{4x}{2(x+1)(x-3)} \Leftrightarrow x(x + 1) + x(x - 3) = 4x$

B3. Giải phương trình:

$$\Leftrightarrow x^2 + x + x^2 - 3x - 4x = 0 \Leftrightarrow 2x^2 - 6x = 0$$

$$\Leftrightarrow 2x(x-3) = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} 2x = 0 \\ x-3 = 0 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 0 \text{ (nhận)} \\ x = 3 \text{ (loại)} \end{array}\right.$$

Vậy tập hợp nghiệm của phương trình là S = {0}.

B. Bài tập giáo khoa cơ bản

27. Giải các phương trình:

a) $\frac{2x-5}{x+5} = 3$;

b) $\frac{x^2-6}{x} = x + \frac{3}{2}$;

c) $\frac{(x^2+2x)-(3x+6)}{x-3} = 0$;

d) $\frac{5}{3x+2} = 2x - 1$.

Giải

a) $\frac{2x-5}{x+5} = 3$ (1)

ĐKXĐ: $x + 5 \neq 0 \Leftrightarrow x \neq -5$

Khi đó $\frac{2x-5}{x+5} = 3 \Leftrightarrow 2x - 5 = 3(x + 5) \Leftrightarrow 2x - 5 - 3x - 15 = 0$

$\Leftrightarrow -x - 20 = 0 \Leftrightarrow x = -20$ (nhận). Vậy S = {–20}

b) $\dfrac{x^2-6}{x} = x + \dfrac{3}{2}$ (1)

ĐKXĐ: $x \neq 0$, MTC: $2x$

Khi đó (1) $\Leftrightarrow 2(x^2-6) = 2x^2 + 3x \Leftrightarrow 2x^2 - 12 - 2x^2 - 3x = 0$

$\Leftrightarrow 3x = -12 \Leftrightarrow x = -4$ (nhận). Vậy $S = \{-4\}$.

c) $\dfrac{(x^2+2x)-(3x+6)}{x-3} = 0$ (1)

ĐKXĐ: $x - 3 \neq 0 \Leftrightarrow x \neq 3$

MTC: $x - 3$

Khi đó (1) $\Leftrightarrow (x^2 + 2x) - (3x + 6) = 0 \Leftrightarrow x(x + 2) - 3(x + 2) = 0$

$\Leftrightarrow (x+2)(x-3) = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x+2=0 \\ x-3=0 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=-2 \text{ (nhận)} \\ x=3 \text{ (loại)} \end{array}\right.$. Vậy $S = \{-2\}$

d) $\dfrac{5}{3x+2} = 2x - 1$ (1)

ĐKXĐ: $3x + 2 \neq 0 \Leftrightarrow x \neq -\dfrac{2}{3}$

MTC: $3x + 2$

Khi đó (1) $\Leftrightarrow 5 = (2x-1)(3x+2) \Leftrightarrow 6x^2 + x - 7 = 0$

$\Leftrightarrow 6x^2 - 6x + 7x - 7 = 0 \Leftrightarrow 6x(x-1) + 7(x-1) = 0$

$\Leftrightarrow (x-1)(6x+7) = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x-1=0 \\ 6x+7=0 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=1 \text{ (nhận)} \\ x=-\dfrac{7}{6} \text{ (nhận)} \end{array}\right.$

Vậy $S = \left\{-\dfrac{7}{6};1\right\}$.

28. Giải các phương trình:

a) $\dfrac{2x-1}{x-1} + 1 = \dfrac{1}{x-1}$;

b) $\dfrac{5x}{2x+2} + 1 = -\dfrac{6}{x+1}$

c) $x + \dfrac{1}{x} = x^2 + \dfrac{1}{x^2}$;

d) $\dfrac{x+3}{x+1} + \dfrac{x-2}{x} = 2$

Giải

a) $\dfrac{2x-1}{x-1} + 1 = \dfrac{1}{x-1}$ (1)

ĐKXĐ: $x - 1 \neq 0 \Leftrightarrow x \neq 1$

MTC: $x - 1$

Khi đó (1) $\Leftrightarrow 2x - 1 + x - 1 = 1 \Leftrightarrow 3x = 3 \Leftrightarrow x = 1$ (loại). Vậy $S = \varnothing$.

b) $\dfrac{5x}{2x+2} + 1 = -\dfrac{6}{x+1}$ (1)

ĐKXĐ: $\begin{cases} 2x + 2 \neq 0 \\ x + 1 \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow x \neq -1$

MTC: $2x + 2 = 2(x + 1)$

Khi đó (1) $\Leftrightarrow 5x + 2x + 2 = -12 \Leftrightarrow 7x = -14 \Leftrightarrow x = -2$ (nhận). Vậy $S = \{-2\}$

c) $x + \dfrac{1}{x} = x^2 + \dfrac{1}{x^2}$

ĐKXĐ: $\begin{cases} x \neq 0 \\ x^2 \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow x \neq 0$

MTC: x^2

Khi đó (1) $\Leftrightarrow x.x^2 + x = x^2.x^2 + 1 \Leftrightarrow x^4 - x^3 - x + 1 = 0$

$\Leftrightarrow x^3(x - 1) - (x - 1) = 0 \Leftrightarrow (x - 1)(x^3 - 1) = 0$

$\Leftrightarrow (x - 1)(x - 1)(x^2 + x + 1) = 0$

$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} (x-1)^2 = 0 \\ x^2 + x + 1 = 0 \text{ (VN vì } x^2 + x + 1 = \left(x + \dfrac{1}{2}\right)^2 + \dfrac{3}{4} > 0, \forall x \in R) \end{array}\right.$

$\Leftrightarrow x - 1 = 0 \Leftrightarrow x = 1$ (nhận)

Vậy $S = \{1\}$.

d) $\dfrac{x+3}{x+1} + \dfrac{x-2}{x} = 2$ (1)

ĐKXĐ: $\begin{cases} x + 1 \neq 0 \\ x \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \neq -1 \\ x \neq 0 \end{cases}$

MTC: $x(x + 1)$

Khi đó (1) $\Leftrightarrow x(x + 3) + (x - 2)(x + 1) = 2x(x + 1)$

$\Leftrightarrow x^2 + 3x + x^2 - x - 2 = 2x^2 + 2x$

$\Leftrightarrow 2x^2 + 2x - 2 = 2x^2 + 2x$

$\Leftrightarrow 2x^2 + 2x - 2 - 2x^2 - 2x = 0 \Leftrightarrow 0x = -2$ (vô nghiệm)

Vậy phương trình đã cho vô nghiệm hay $S = \varnothing$

Luyện tập

29. Bạn Sơn giải phương trình $\frac{x^2 - 5x}{x - 5} = 5$ (1) như sau:

(1) $\Leftrightarrow x^2 - 5x = 5(x - 5) \Leftrightarrow x^2 - 5x = 5x - 25$

$\Leftrightarrow x^2 - 10x + 25 = 0 \Leftrightarrow (x - 5)^2 = 0 \Leftrightarrow x = 5$.

Bạn Hà cho rằng Sơn đã giải sai vì đã nhân hai vế với biểu thức x − 5 có chứa ẩn. Hà giải bằng cách rút gọn vế trái như sau:

(1) $\Leftrightarrow \frac{x(x - 5)}{x - 5} = 5 \Leftrightarrow x = 5$

Hãy cho biết ý kiến của em về hai lời giải trên.

Giải

Em nhận xét: Hai lời giải của bạn Sơn và bạn Hà đều sai vì chưa tìm điều kiện xác định mà đã đi khử mẫu trước. Điều kiện xác định của phương trình $\frac{x^2 - 5x}{x - 5} = 5$ là $x \neq 5$. Do đó giải ra được giá trị x = 5 thì bị loại.

Vậy phương trình đã cho vô nghiệm hay $S = \varnothing$.

30. Giải các phương trình:

a) $\frac{1}{x - 2} + 3 = \frac{x - 3}{2 - x}$;

b) $2x - \frac{2x^2}{x + 3} = \frac{4x}{x + 3} + \frac{2}{7}$;

c) $\frac{x + 1}{x - 1} - \frac{x - 1}{x + 1} = \frac{4}{x^2 - 1}$;

d) $\frac{3x - 2}{x + 7} = \frac{6x + 1}{2x - 3}$

Giải

a) $\frac{1}{x - 2} + 3 = \frac{x - 3}{2 - x}$ (1)

ĐKXĐ: $\begin{cases} x - 2 \neq 0 \\ 2 - x \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow x \neq 2$

MTC: x − 2

Khi đó (1) $\Leftrightarrow 1 + 3(x - 2) = -(x - 3) \Leftrightarrow 1 + 3x - 6 = -x + 3$

$\Leftrightarrow 3x + x = 3 + 6 - 1 \Leftrightarrow 4x = 8 \Leftrightarrow x = 2$ (loại). Vậy $S = \varnothing$.

b) $2x - \frac{2x^2}{x + 3} = \frac{4x}{x + 3} + \frac{2}{7}$ (1)

ĐKXĐ: $x + 3 \neq 0 \Leftrightarrow x \neq -3$

MTC: 7(x + 3)

Khi đó (1) $\Leftrightarrow 14x(x+3) - 14x^2 = 28x + 2(x+3)$

$\Leftrightarrow 14x^2 + 42x - 14x^2 = 28x + 2x + 6$

$\Leftrightarrow 42x = 30x + 6 \Leftrightarrow 12x = 6 \Leftrightarrow x = \frac{1}{2}$ (nhận). Vậy $S = \left\{\frac{1}{2}\right\}$.

c) $\frac{x+1}{x-1} - \frac{x-1}{x+1} = \frac{4}{x^2-1}$ (1)

Ta có $x^2 - 1 = (x+1)(x-1)$

Do đó ĐKXĐ: $\begin{cases} x+1 \neq 0 \\ x-1 \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow x \neq \pm 1$

MTC: $x^2 - 1 = (x+1)(x-1)$

Khi đó (1) $\Leftrightarrow (x+1)(x+1) - (x-1)(x-1) = 4$

$\Leftrightarrow x^2 + 2x + 1 - x^2 + 2x - 1 = 4 \Leftrightarrow 4x = 4 \Leftrightarrow x = 1$ (loại)

Vậy phương trình vô nghiệm hay $S = \varnothing$.

d) $\frac{3x-2}{x+7} = \frac{6x+1}{2x-3}$ (1)

ĐKXĐ: $\begin{cases} x+7 \neq 0 \\ 2x-3 \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \neq -7 \\ x \neq \frac{3}{2} \end{cases}$

MTC: $(x+7)(2x-3)$

Khi đó (1) $\Leftrightarrow (3x-2)(2x-3) = (6x+1)(x+7)$

$\Leftrightarrow 6x^2 - 13x + 6 = 6x^2 + 43x + 7 \Leftrightarrow -56x = 1$

$\Leftrightarrow x = -\frac{1}{56}$ (nhận). Vậy $S = \left\{-\frac{1}{56}\right\}$.

31. Giải các phương trình:

a) $\frac{1}{x-1} - \frac{3x^2}{x^3-1} = \frac{2x}{x^2+x+1}$;

b) $\frac{3}{(x-1)(x-2)} + \frac{2}{(x-3)(x-1)} = \frac{1}{(x-2)(x-3)}$;

c) $1 + \frac{1}{x+2} = \frac{12}{8+x^3}$;

d) $\frac{13}{(x-3)(2x+7)} + \frac{1}{2x+7} = \frac{6}{(x-3)(x+3)}$;

Giải

a) $\frac{1}{x-1} - \frac{3x^2}{x^3-1} = \frac{2x}{x^2+x+1}$ (1)

Ta có: $x^3 - 1 = (x - 1)(x^2 + x + 1)$

ĐKXĐ: $\begin{cases} x - 1 \neq 0 \\ (x-1)(x^2+x+1) \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow x - 1 \neq 0 \Leftrightarrow x \neq 1$

MTC: $x^3 - 1 = (x - 1)(x^2 + x + 1)$

Khi đó (1) $\Leftrightarrow x^2 + x + 1 - 3x^2 = 2x(x - 1) \Leftrightarrow x^2 + x + 1 - 3x^2 - 2x^2 + 2x = 0$

$\Leftrightarrow -4x^2 + 3x + 1 = 0 \Leftrightarrow 4x^2 - 3x - 1 = 0 \Leftrightarrow 4x^2 - 4x + x - 1 = 0$

$\Leftrightarrow 4x(x - 1) + (x - 1) = 0 \Leftrightarrow (x - 1)(4x + 1) = 0$

$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x - 1 = 0 \\ 4x + 1 = 0 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 1 \text{ (loại)} \\ x = -\frac{1}{4} \text{ (nhận)} \end{array}\right.$. Vậy $S = \left\{-\frac{1}{4}\right\}$.

b) $\frac{3}{(x-1)(x-2)} + \frac{2}{(x-3)(x-1)} = \frac{1}{(x-2)(x-3)}$

$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x - 1 \neq 0 \\ x - 2 \neq 0 \\ x - 3 \neq 0 \end{array}\right. \Leftrightarrow x \neq 1, x \neq 2, x \neq 3$

MTC: $(x - 1)(x - 2)(x - 3)$

Khi đó (1) $\Leftrightarrow 3(x - 3) + 2(x - 2) = x - 1$

$\Leftrightarrow 3x - 9 + 2x - 4 - x + 1 = 0 \Leftrightarrow 4x = 12 \Leftrightarrow x = 3$ (loại)

Vậy phương trình vô nghiệm hay $S = \varnothing$.

c) $1 + \frac{1}{x+2} = \frac{12}{8+x^3}$ (1)

Ta có: $8 + x^3 = 2^3 + x^3 = (2 + x)(4 - 2x + x^2)$

Do đó: ĐKXĐ: $\begin{cases} x + 2 \neq 0 \\ 8 + x^3 \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow x \neq -2$

MTC: $x^3 + 8$

Khi đó (1) $\Leftrightarrow x^3 + 8 + (4 - 2x + x^2) = 12 \Leftrightarrow x^3 + 8 + 4 - 2x + x^2 - 12 = 0$

$\Leftrightarrow x^3 + x^2 - 2x = 0 \Leftrightarrow x(x^2 + x - 2) = 0 \Leftrightarrow x(x - 1)(x + 2) = 0$

$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 0 \\ x - 1 = 0 \\ x + 2 = 0 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 0 \text{ (nhận)} \\ x = 1 \text{ (nhận)} \\ x = -2 \text{ (loại)} \end{array}\right.$. Vậy $S = \{0, 1\}$.

d) $\dfrac{13}{(x-3)(2x+7)} + \dfrac{1}{2x+7} = \dfrac{6}{(x-3)(x+3)}$ (1)

ĐKXĐ: $\begin{cases} x-3 \neq 0 \\ 2x+7 \neq 0 \\ x+3 \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \neq \pm 3 \\ x \neq -\dfrac{7}{2} \end{cases}$

MTC: $(x - 3)(x + 3)(2x + 7)$

Khi đó (1) $\Leftrightarrow 13(x + 3) + (x - 3)(x + 3) = 6(2x + 7)$

$\Leftrightarrow 13x + 39 + x^2 + 3x - 3x - 9 = 12x + 42 \Leftrightarrow x^2 + x - 12 = 0$

$\Leftrightarrow x^2 + 4x - 3x - 12 = 0 \Leftrightarrow x(x + 4) - 3(x + 4) = 0$

$\Leftrightarrow (x + 4)(x - 3) = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x+4=0 \\ x-3=0 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=-4 \text{ (nhận)} \\ x=3 \text{ (loại)} \end{array}\right.$. Vậy $S = \{-4\}$

32. Giải các phương trình:

a) $\dfrac{1}{x} + 2 = \left(\dfrac{1}{x} + 2\right)(x^2 + 1)$; b) $\left(x+1+\dfrac{1}{x}\right)^2 = \left(x-1-\dfrac{1}{x}\right)^2$

Giải

a) $\dfrac{1}{x} + 2 = \left(\dfrac{1}{x} + 2\right)(x^2 + 1)$ (1)

ĐKXĐ: $x \neq 0$

Ta có (1) $\Leftrightarrow \left(\dfrac{1}{x} + 2\right) - \left(\dfrac{1}{x} + 2\right)(x^2 + 1) = 0 \Leftrightarrow \left(\dfrac{1}{x} + 2\right)[1 - (x^2 + 1)] = 0$

$\Leftrightarrow \left(\dfrac{1}{x} + 2\right).(-x^2) = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} -x^2 = 0 \\ \dfrac{1}{x} + 2 = 0 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 0 \\ \dfrac{1}{x} = -2 \end{array}\right.$

$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 0 \text{ (loại)} \\ x = -\dfrac{1}{2} \text{ (nhận)} \end{array}\right.$. Vậy $S = \left\{-\dfrac{1}{2}\right\}$.

b) $\left(x+1+\dfrac{1}{x}\right)^2 = \left(x-1-\dfrac{1}{x}\right)^2$ (1)

ĐKXĐ: $x \neq 0$

Ta có (1) $\Leftrightarrow \left(x+1+\dfrac{1}{x}\right)^2 - \left(x-1-\dfrac{1}{x}\right)^2 = 0$

$$\Leftrightarrow (x + 1 + \frac{1}{x} + x - 1 - \frac{1}{x})(x + 1 + \frac{1}{x} - x + 1 + \frac{1}{x}) = 0$$

$$\Leftrightarrow 2x\left(2 + \frac{2}{x}\right) = 0 \Leftrightarrow 4x\left(1 + \frac{1}{x}\right) = 0$$

$$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} 4x = 0 \\ 1 + \frac{1}{x} = 0 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 0 \text{ (loại)} \\ x = -1 \text{ (nhận)} \end{array}\right. \text{. Vậy } S = \{-1\}.$$

33. Tìm các giá trị của a sao cho mỗi biểu thức sau có giá trị bằng 2:

a) $\frac{3a-1}{3a+1} + \frac{a-3}{a+3}$; b) $\frac{10}{3} - \frac{3a-1}{4a+12} - \frac{7a+2}{6a+18}$

Hướng dẫn

Cho các biểu thức bằng 2. Ta đi giải phương trình ẩn a để tìm giá trị của a.

a) Theo đề bài ta có: $\frac{3a-1}{3a+1} + \frac{a-3}{a+3} = 2$ (1)

ĐKXĐ: $\begin{cases} 3a + 1 \neq 0 \\ a + 3 \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a \neq -\frac{1}{3} \\ a \neq -3 \end{cases}$

MTC: $(a + 3)(3a + 1)$

Khi đó (1) $\Leftrightarrow (3a - 1)(a + 3) + (a - 3)(3a + 1) = 2(a + 3)(3a + 1)$

$\Leftrightarrow 6a^2 - 6 = 2(3a^2 + 10a + 3) \Leftrightarrow -20a = 12$

$\Leftrightarrow a = -\frac{3}{5}$ (nhận). Vậy $a = -\frac{3}{5}$.

b) Theo đề bài ta có: $\frac{10}{3} - \frac{3a-1}{4a+12} - \frac{7a+2}{6a+18} = 2$

ĐKXĐ: $\begin{cases} 4a + 12 \neq 0 \\ 6a + 18 \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a \neq -3 \\ a \neq -3 \end{cases} \Leftrightarrow a \neq -3$

MTC: $12(a + 3)$

Khi đó (1) $\Leftrightarrow 40(a + 3) - 3(3a - 1) - 2(7a + 2) = 24(a + 3)$

$\Leftrightarrow 40a + 120 - 9a + 3 - 14a - 4 = 24a + 72$

$\Leftrightarrow 17a + 119 = 24a + 72 \Leftrightarrow 7a = 47$

$\Leftrightarrow a = \frac{47}{7}$ (nhận). Vậy $a = \frac{47}{7}$.

§6. GIẢI BÀI TOÁN BẰNG CÁCH LẬP PHƯƠNG TRÌNH

I. KIẾN THỨC CƠ BẢN

1. Các bước giải bài toán bằng cách lập phương trình:

   Bước 1: Lập phương trình

   - Chọn ẩn số và đặt điều kiện thích hợp cho ẩn số.
   - Biểu diễn các đại lượng chưa biết theo ẩn và các đại lượng đã biết.
   - Lập phương trình biểu thị mối quan hệ giữa các đại lượng.

   Bước 2: Giải phương trình

   Bước 3: Trả lời bằng cách kiểm tra xem trong các nghiệm của phương trình, nghiệm nào thỏa mãn điều kiện của ẩn rồi kết luận.

2. Lưu ý về việc chọn ẩn và đặt điều kiện thích hợp cho ẩn:

   - Thông thường thì bài toán yêu cầu tính đại lượng gì thì chọn ẩn là đại lượng đó.
   - Về điều kiện thích hợp của ẩn:
     + Nếu ẩn x biểu thị *một chữ số* thì điều kiện là x nguyên và $0 \le x \le 9$.
     + Nếu ẩn x biểu thị số tuổi, số sản phẩm, số người... thì điều kiện là x nguyên dương.
     + Nếu ẩn x biểu thị vận tốc của một chuyển động thì điều kiện là $x > 0$.

II. BÀI TẬP

A. Bài tập mẫu

Bài toán cổ: *Vừa gà, vừa chó,*
Bó lại cho tròn,
Ba mươi sáu con,
Một trăm chân chẵn.

Hỏi có bao nhiêu gà? Bao nhiêu chó?

Giải

Gọi x (con) là số gà, điều kiện: x là số nguyên dương và nhỏ hơn 36. Khi đó số chân gà là 2x (chân)

Vì cả gà lẫn chó có 36 con mà số chó là $36 - x$ và số chân chó là $4(36 - x)$.

Vì tổng số chân gà và chó là 100 nên ta có phương trình:

$$2x + 4(36 - x) = 100$$

Giải phương trình: $2x + 4(36 - x) = 100 \Leftrightarrow 2x + 144 - 4x = 100$

$\Leftrightarrow 2x = 44 \Leftrightarrow x = 22$ (nhận)

Vậy số gà là 22 (con).

Số chó là $36 - 22 = 14$ (con).

B. Bài tập giáo khoa cơ bản

34. Mẫu số của một phân số lớn hơn tử số của nó là 3 đơn vị. Nếu tăng cả tử và mẫu của nó thêm 2 đơn vị thì được phân số mới bằng $\frac{1}{2}$. Tìm phân số ban đầu.

Giải

- Gọi x là mẫu số của phân số, điều kiện $x \in Z$ và $x \neq 0$.

Ta có phân số: $\frac{x-3}{x}$.

Nếu tăng cả tử và mẫu của nó thêm 2 đơn vị thì ta được phân số mới:

$$\frac{x-3+2}{x+2} = \frac{x-1}{x+2}$$

Theo đề bài ta có phương trình: $\frac{x-1}{x+2} = \frac{1}{2}$

- Giải phương trình: $\frac{x-1}{x+2} = \frac{1}{2}$ (Điều kiện $x \neq -2$)

$\Leftrightarrow 2(x - 1) = x + 2 \Leftrightarrow 2x - 2 = x + 2 \Leftrightarrow x = 4$ (nhận).

- Ta có mẫu số $x = 4$ thì tử số là $x - 3 = 4 - 3 = 1$

Vậy phân số phải tìm là $\frac{1}{4}$.

35. Học kì một, số học sinh giỏi của lớp 8A bằng $\frac{1}{8}$ số học sinh cả lớp. Sang học kì hai, có thêm 3 bạn phấn đấu trở thành học sinh giỏi nữa, do đó số học sinh giỏi bằng 20% số học sinh cả lớp. Hỏi lớp 8A có bao nhiêu học sinh?

Giải

- Gọi số học sinh cả lớp là x (học sinh), điều kiện x nguyên dương.

Khi đó số học sinh giỏi của lớp 8A ở học kì một là $\frac{1}{8}x = \frac{x}{8}$ và ở học kì hai là $\frac{x}{8} + 3$.

Theo đề bài ta có phương trình: $\frac{x}{8} + 3 = \frac{20}{100}x$.

– Giải phương trình: $\frac{x}{8} + 3 = \frac{20}{100}x \Leftrightarrow \frac{x}{8} - \frac{20x}{100} = -3$ (MTC: 200)

$\Leftrightarrow 25x - 40x = -600 \Leftrightarrow -15x = -600 \Leftrightarrow x = 40$ (nhận)

Vậy lớp 8A có 40 học sinh.

36. (Bài toán nói về cuộc đời nhà toán học Đi-ô-phăng, lấy trong Hợp tuyển Hi Lạp – Cuốn sách gồm 46 bài toán về số, viết dưới dạng thơ trào phúng).

Thời thơ ấu của Đi-ô-phăng chiếm $\frac{1}{6}$ cuộc đời.

$\frac{1}{12}$ cuộc đời tiếp theo là thời thanh niên sôi nổi.

Thêm $\frac{1}{7}$ cuộc đời nữa ông sống độc thân.

Sau khi lập gia đình được 5 năm thì sinh một con trai. Nhưng số mệnh chỉ cho con sống bằng nửa đời cha. Ông đã từ trần 4 năm sau khi con mất. Đi-ô-phăng sống bao nhiêu tuổi, hãy tính cho ra?

Giải

– Gọi x là tuổi thọ của Đi-ô-phăng, điều kiện x nguyên dương.

Khi đó, tuổi thơ ấu của ông chiếm $\frac{x}{6}$ cuộc đời, tuổi thanh niên của ông chiếm $\frac{x}{12}$ (cuộc đời), thời gian sống độc thân chiếm $\frac{x}{7}$ (cuộc đời), thời gian con sống là $\frac{x}{2}$ (cuộc đời).

Theo đề bài ta có phương trình: $\frac{x}{6} + \frac{x}{12} + \frac{x}{7} + 5 + \frac{x}{2} + 4 = x$

– Giải phương trình ta được x = 84 (nhận)

– Vậy Đi-ô-phăng thọ 84 tuổi.

37. Lúc 6 giờ sáng, một xe máy khởi hành từ A để đến B. Sau đó 1 giờ, một ôtô cũng xuất phát từ A đến B với vận tốc trung bình lớn hơn vận tốc trung bình của xe máy 20km/h. Cả hai chiếc xe đến B đồng thời vào lúc 9 giờ 30 phút sáng cùng ngày. Tính độ dài quãng đường AB và vận tốc trung bình của xe máy.

Giải

Gọi x (km) là độ dài quãng đường AB (điều kiện x > 0).

Thời gian từ 6g sáng đến 9g30 cùng ngày là 3,5 giờ. Vậy xe máy đi quãng đường AB hết 3,5 giờ và ôtô đi hết 3,5 giờ – 1 giờ = 2,5 giờ.

Suy ra vận tốc trung bình của xe máy là $\frac{x}{3,5} = \frac{2x}{7}$ (km/h) và vận tốc trung bình của ôtô là: $\frac{x}{2,5} = \frac{2x}{5}$ (km/h).

Theo đề bài ta có phương trình: $\frac{2x}{5} - \frac{2x}{7} = 20$

– Giải phương trình: $\frac{2x}{5} - \frac{2x}{7} = 20 \Leftrightarrow 14x - 10x = 700$

$\Leftrightarrow 4x = 700 \Leftrightarrow x = 175$ (nhận)

Vậy quãng đường AB dài 175 (km). Vận tốc trung bình của xe máy là:

$$\frac{2x}{7} = \frac{350}{7} = 50 \text{ (km/h)}.$$

38. Điểm kiểm tra Toán của một tổ học tập được cho trong bảng sau:

Điểm số (x)	4	5	7	8	9	
Tần số (n)	1	*	2	3	*	N = 10

Biết điểm trung bình của cả tổ là 6,6. Hãy điền các giá trị thích hợp vào hai ô còn trống (được đánh dấu *).

Giải

– Gọi x là số học sinh được điểm 9 (tần số xuất hiện của 9 là x).

Khi đó tần số xuất hiện của 5 là 10 – (1 + 2 + 3 + x) = 4 – x.

Theo đề bài ta có phương trình: $\frac{1}{10}[4.1 + 5(4 - x) + 7.2 + 8.3 + 9x] = 6,6$

– Giải phương trình ta được: x = 1. Vậy hai số cần tìm lần lượt là 3 và 1.

39. Lan mua hai loại hàng và phải trả tổng cộng 120 nghìn đồng, trong đó đã tính cả 10 nghìn đồng là thuế giá trị gia tăng (viết tắt là thuế VAT). Biết rằng thuế VAT đối với loại hàng thứ nhất là 10%; thuế VAT đối với loại hàng thứ hai là 8%. Hỏi nếu không kể thuế VAT thì Lan phải trả mỗi loại hàng bao nhiêu tiền?

Ghi chú: Thuế VAT là thuế mà người mua hàng phải trả, người bán hàng thu và nộp cho Nhà nước. Giả sử thuế VAT đối với mặt hàng A được quy định là 10%. Khi đó nếu giá bán của A là a đồng thì kể cả thuế VAT, người mua mặt hàng này phải trả tổng cộng là a + 10% a đồng.

Giải

Gọi số tiền Lan phải trả cho loại hàng thứ nhất (không kể VAT) là x (nghìn đồng), điều kiện x > 0.

Theo đề bài ta lập được bảng sau:

	Số tiền chưa kể VAT	Tiền thuế VAT	Số tiền kể cả VAT
Loại hàng thứ 1	x	x.10%	
Loại hàng thứ 2	110 – x	(110 – x).8%	
Cả hai loại hàng	110	10	120

Theo đề bài ta có phương trình: $\frac{10}{100}x + \frac{8}{100}(110 - x) = 10$

– Giải phương trình ta được: x = 60

Vậy, không kể thuế VAT, Lan phải trả cho loại hàng thứ nhất là 60 nghìn đồng và loại hàng thứ hai là 50 nghìn đồng.

Luyện tập

40. Năm nay, tuổi mẹ gấp 3 lần tuổi Phương. Phương tính rằng 13 năm nữa thì tuổi mẹ chỉ còn gấp 2 lần tuổi phương thôi. Hỏi năm nay Phương bao nhiêu tuổi?

Giải

– Gọi x (tuổi) là tuổi của Phương năm nay, điều kiện x nguyên dương.

Khi đó số tuổi của mẹ Phương là 3x.

Sau 13 năm thì số tuổi của Phương là x + 13 và số tuổi của mẹ là 3x + 13

Theo đề bài ta có phương trình: 3x + 13 = 2(x + 13)

– Giải phương trình ta được x = 13. Vậy năm nay Phương 13 tuổi.

41. Một số tự nhiên có hai chữ số. Chữ số hàng đơn vị gấp hai lần chữ số hàng chục. Nếu thêm chữ số 1 xen vào giữa hai chữ số ấy thì được một số mới lớn hơn số ban đầu là 370. Tìm số ban đầu.

Giải

– Gọi x là chữ số hàng chục, điều kiện $0 < x \leq 9$ và $x \in N$.

Khi đó chữ số hàng đơn vị là 2x.

Ta có số đã cho là 10x + 2x.

Khi xen chữ số 1 vào giữa hai chữ số x và 2x thì x trở thành chữ số hàng trăm, còn 2x cũng là chữ số hàng đơn vị. Số mới sẽ là:

$$100x + 10.1 + 2x$$

Vì số mới lớn hơn số cũ đã cho là 370 nên ta có phương trình:

$$100x + 10 + 2x = 10x + 2x + 370$$

– Giải phương trình ta được x = 4 (nhận). Vậy số ban đầu là 48.

42. Tìm số tự nhiên có hai chữ số, biết rằng nếu viết thêm một chữ số 2 vào bên trái và một chữ số 2 vào bên phải số đó thì ta được một số lớn gấp 153 lần số ban đầu.

Hướng dẫn

$$\overline{ab} = 10a + b;\ \overline{abc} = 100x + ...$$

– Gọi $\overline{ab}$ là số có hai chữ số cần tìm.

Điều kiện: $a, b \in N;\ 0 < a \leq 9;\ 0 \leq b \leq 9$

Khi thêm một chữ số 2 vào bên trái và một chữ số 2 vào bên phải số $\overline{ab}$ thì ta có số mới là $\overline{2ab2} = 2000 + 100a + 10b + 2 = 2000 + 10\overline{ab} + 2$.

Theo đề bài ta có phương trình:

$$\overline{2ab2} = 153.\ \overline{ab} \text{ hay } 2000 + 10\overline{ab} + 2 = 153\overline{ab}$$

$$\Leftrightarrow\quad 153\overline{ab} - 10\overline{ab} = 2002 \Leftrightarrow 143\overline{ab} = 2002 \Leftrightarrow \overline{ab} = 14$$

Vậy số tự nhiên ban đầu là 14.

43. Tìm phân số có đồng thời các tính chất sau:

a) Tử số của phân số là số tự nhiên có một chữ số;

b) Hiệu giữa tử số và mẫu số bằng 4;

c) Nếu giữ nguyên tử số và viết thêm vào bên phải của mẫu số một chữ số đúng bằng tử số, thì ta được một phân số bằng phân số $\frac{1}{5}$.

Giải

Gọi x là tử số của phân số phải tìm. Điều kiện x nguyên dương và x < 10.

Căn cứ vào giả thiết a và b thì ta có phân số $\frac{x}{x-4}$.

Căn cứ vào giả thiết c thì ta được một phân số mới như sau: $\frac{x}{10(x-4)+x}$

(vì x – 4 là một số, khi viết thêm vào bên phải số x – 4 chữ số x thì số x – 4 trở thành chữ số hàng chục và x là chữ số hàng đơn vị).

Theo đề bài ta có phương trình: $\frac{x}{10(x-4)+x} = \frac{1}{5}$

– Giải phương trình ta được $x = \frac{20}{3}$. Vì $x = \frac{20}{3}$ không phải là số nguyên dương, không thỏa mãn điều kiện của đề bài.

Vậy không có số nào có đủ các tính chất đã cho.

44. Điểm kiểm tra Toán của một lớp được cho trong bảng dưới đây:

Điểm (x)	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	
Tần số (n)	0	0	2	*	10	12	7	6	4	1	N = *

Trong đó có hai ô còn trống (thay bằng dấu *). Hãy điền số thích hợp vào ô trống, nếu điểm trung bình của lớp là 6,06.

Giải

– Gọi x là tần số xuất hiện của điểm 4. Điều kiện x nguyên dương.

Theo đề bài ta có $N = 2 + x + 10 + 12 + 7 + 6 + 4 + 1 = 42 + x$

Theo đề bài ta có phương trình:

$$\frac{1}{42 + x}(3.2 + 4.x + 5.10 + 6.12 + 7.7 + 8.6 + 9.4 + 10.1) = 6{,}06$$

Hay $\frac{271 + 4x}{42 + x} = 6{,}06$ (Điều kiện: $x \neq -42$)

– Giải phương trình ta được: $x = 8$. Vậy hai số phải tìm là $x = 8$ và $N = 50$

45. Một xí nghiệp kí hợp đồng dệt một số tấm thảm len trong 20 ngày. Do cải tiến kĩ thuật, năng suất dệt của xí nghiệp đã tăng 20%. Bởi vậy, chỉ trong 18 ngày, không những xí nghiệp đã hoàn thành số thảm cần dệt mà còn dệt thêm được 24 tấm nữa. Tính số tấm thảm len mà xí nghiệp phải dệt theo hợp đồng.

Giải

Gọi x (tấm) là số thảm len xí nghiệp dệt theo hợp đồng.

Điều kiện x nguyên dương.

Theo đề bài, ta lập được bảng như sau:

	Số thảm len	Số ngày làm	Năng suất
Theo hợp đồng	x	20	$\frac{x}{20}$
Đã thực hiện	x + 24	18	$\frac{x + 24}{18}$

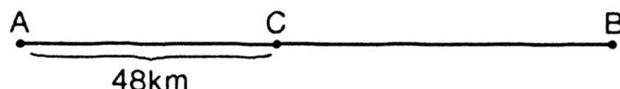
Theo đề bài ta có phương trình: $\frac{x + 24}{18} = \frac{120}{100}.\frac{x}{20}$

– Giải phương trình ta được: x = 300.

Vậy số tấm thảm len xí nghiệp dệt theo hợp đồng là 300 tấm.

46. Một người lái ôtô dự định đi từ A đến B với vận tốc 48km/h. Nhưng sau khi đi được một giờ với vận tốc ấy, ôtô bị tàu hỏa chắn đường trong 10 phút. Do đó, để kịp đến B đúng thời gian đã định, người đó phải tăng vận tốc thêm 6km/h. Tính quãng đường AB.

Giải



– Gọi x là quãng đường AB, điều kiện x > 48.

Theo đề bài, ta lập được bảng như sau:

	Độ dài quãng đường (km)	Thời gian đi (giờ)	Vận tốc (km/h)
Trên đoạn AB	x	Dự định $\frac{x}{48}$	
Trên đoạn AC	48	1	48
Trên đoạn BC	x – 48	$\frac{x-48}{54}$	48 + 6 = 54

Theo đề bài ta có: Thời gian dự định đi hết quãng đường AB bằng tổng thời gian đi trên hai đoạn AC và BC cộng thêm $\frac{1}{6}$ giờ (10 phút chờ tàu). Ta có phương trình: $\frac{x}{48} = \frac{x-48}{54} + 1 + \frac{1}{6}$

– Giải phương trình ta được x = 120. Vậy quãng đường AB dài 120 km.

47. Bà An gửi vào quỹ tiết kiệm x nghìn đồng với lãi suất mỗi tháng là a% (a là một số cho trước) và lãi tháng này được tính gộp vào vốn cho tháng sau.

a) Hãy viết biểu thức biểu thị:

+ Số tiền lãi sau tháng thứ nhất.

+ Số tiền (cả gốc lẫn lãi) có được sau tháng thứ nhất;

+ Tổng số tiền lãi có được sau tháng thứ hai.

b) Nếu lãi suất là 1,2% (tức là a = 1,2) và sau 2 tháng tổng số tiền lãi là 48,288 nghìn đồng, thì lúc đầu bà An đã gửi bao nhiêu tiền tiết kiệm?

Giải

a) + Số tiền lãi sau tháng thứ nhất bà An lãnh được: $\frac{a}{100}x$ (nghìn đồng)

+ Số tiền cả gốc lẫn lãi có được sau tháng thứ nhất là:

$$x + \frac{a}{100}x = \left(1 + \frac{a}{100}\right).x \text{ (nghìn đồng)}$$

+ Sau hai tháng:

• Tiền lãi trong tháng thứ hai là: $\frac{a}{100}\left(\frac{a}{100} + 1\right).x$ (nghìn đồng).

• Tổng số tiền lãi của cả hai tháng là:

$$\frac{a}{100}x + \frac{a}{100}\left(\frac{a}{100} + 1\right).x = \frac{a}{100}\left(\frac{a}{100} + 2\right)x \text{ (nghìn đồng)}$$

b) Với a = 1,2 và $\frac{a}{100} = \frac{1,2}{100} = 0,012$

Theo đề bài ta có phương trình:

$$0,012(0,012 + 2)x = 48,288 \Leftrightarrow 0,024144.x = 48,288$$

$$\Leftrightarrow x = 2000 \text{ (nghìn đồng)}$$

Vậy số tiền bà An gởi lúc đầu là 2000 (nghìn đồng) tức 2.000.000 đồng.

48. Năm ngoái, tổng số dân của hai tỉnh A và B là 4 triệu. Năm nay, dân số của tỉnh A tăng thêm 1,1%, còn dân số của tỉnh B tăng thêm 1,2%. Tuy vậy số dân của tỉnh A năm nay vẫn nhiều hơn tỉnh B là 807 200 người. Tính số dân năm ngoái của mỗi tỉnh.

Giải

– Gọi x (triệu) là dân số năm ngoái của tỉnh A.

Điều kiện x nguyên dương và x < 4 (triệu).

Khi đó dân số tỉnh B năm ngoái là 4000000 – x.

Năm nay dân số của tỉnh A là $\frac{101,1}{100}x$ và dân số tỉnh B là:

$$\frac{101,2}{100}(4000000 - x)$$

Theo đề bài ta có phương trình: $\frac{101,1}{100}x - \frac{101,2}{100}(4000000 - x) = 807200.$

Giải phương trình ta được x = 2400000

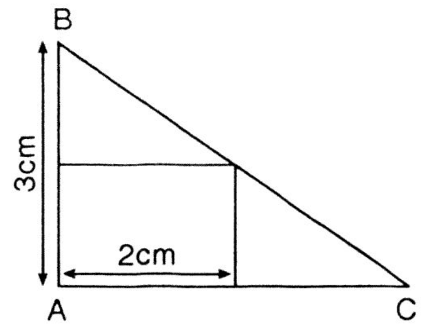
Vậy dân số năm ngoái của tỉnh A là 2400000 người.

và của tỉnh B là: 4000000 – 2400000 = 1600000 người

49. ***Đố***. Lan có một miếng bìa hình tam giác ABC vuông tại A, cạnh AB = 3cm. Lan tính rằng nếu cắt từ miếng bìa đó ra một hình chữ nhật có

chiều dài 2cm như hình dưới thì hình chữ nhật ấy có diện tích bằng một nửa diện tích của miếng bìa ban đầu. Tính độ dài cạnh AC của tam giác ABC.

Giải



Gợi ý cách làm:

- Gọi x (cm) là độ dài cạnh AC.
- Điều kiện x > 2.
- Theo đề bài, lập được phương trình:

$$\frac{3(x-2)}{x} = \frac{3}{8}x$$

ÔN TẬP CHƯƠNG III

50. Giải các phương trình:

a) $3 - 4x(25 - 2x) = 8x^2 + x - 300$;

b) $\frac{2(1-3x)}{5} - \frac{2+3x}{10} = 7 - \frac{3(2x+1)}{4}$;

c) $\frac{5x+2}{6} - \frac{8x-1}{3} = \frac{4x+2}{5} - 5$;

d) $\frac{3x+2}{2} - \frac{3x+1}{6} = 2x + \frac{5}{3}$.

Giải

a) $3 - 4x(25 - 2x) = 8x^2 + x - 300 \Leftrightarrow 3 - 100x + 8x^2 = 8x^2 + x - 300$

$\Leftrightarrow -100x + 8x^2 - 8x^2 - x = -300 - 3 \Leftrightarrow -101x = -303 \Leftrightarrow x = 3$. Vậy $S = \{3\}$.

b) $\frac{2(1-3x)}{5} - \frac{2+3x}{10} = 7 - \frac{3(2x+1)}{4}$ (1)

MTC: 20

Khi đó (1) $\Leftrightarrow 8(1 - 3x) - 2(2 + 3x) = 7.20 - 15(2x + 1)$

$\Leftrightarrow 8 - 24x - 4 - 6x = 140 - 30x - 15$

$\Leftrightarrow -30x + 30x = 140 - 15 - 8 + 4 \Leftrightarrow 0x = 121$

Vậy phương trình vô nghiệm hay $S = \varnothing$.

c) $\frac{5x+2}{6} - \frac{8x-1}{3} = \frac{4x+2}{5} - 5$ (1)

MTC: 30

Khi đó (1) $\Leftrightarrow 5(5x+2) - 10(8x-1) = 6(4x+2) - 5.30$

$\Leftrightarrow 25x + 10 - 80x + 10 = 24x + 12 - 150$

$\Leftrightarrow 25x - 80x - 24x = 12 - 150 - 20 \Leftrightarrow -79x = -158$

$\Leftrightarrow x = 2$. Vậy $x = \{2\}$.

d) $\dfrac{3x+2}{2} - \dfrac{3x+1}{6} = 2x + \dfrac{5}{3}$ (1)

MTC: 6

Khi đó (1) $\Leftrightarrow 3(3x+2) - (3x+1) = 6.2x + 5.2$

$\Leftrightarrow 9x + 6 - 3x - 1 = 12x + 10 \Leftrightarrow 9x - 3x - 12x = 10 - 6 + 1$

$\Leftrightarrow -6x = 5 \Leftrightarrow x = -\dfrac{5}{6}$. Vậy $S = \left\{-\dfrac{5}{6}\right\}$.

51. Giải các phương trình sau bằng cách đưa về phương trình tích:

a) $(2x+1)(3x-2) = (5x-8)(2x+1)$;

b) $4x^2 - 1 = (2x+1)(3x-5)$;

c) $(x+1)^2 = 4(x^2 - 2x + 1)$;

d) $2x^3 + 5x^2 - 3x = 0$

Giải

Hướng dẫn: $A.B = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} A = 0 \\ B = 0 \end{array}\right.$

a) $(2x+1)(3x-2) = (5x-8)(2x+1) \Leftrightarrow (2x+1)(3x-2) - (5x-8)(2x+1) = 0$

$\Leftrightarrow (2x+1)[(3x-2) - (5x-8)] = 0 \Leftrightarrow (2x+1)(6-2x) = 0$

$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} 2x+1=0 \\ 6-2x=0 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = -\dfrac{1}{2} \\ x = 3 \end{array}\right.$. Vậy $S = \left\{-\dfrac{1}{2}; 3\right\}$.

b) $4x^2 - 1 = (2x+1)(3x-5) \Leftrightarrow (2x-1)(2x+1) - (2x+1)(3x-5)$

$\Leftrightarrow (2x+1)[(2x-1) - (3x-5)] = 0 \Leftrightarrow (2x+1)(-x+4) = 0$

$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} 2x+1=0 \\ -x+4=0 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = -\dfrac{1}{2} \\ x = 4 \end{array}\right.$. Vậy $S = \left\{-\dfrac{1}{2}; 4\right\}$.

c) $(x+1)^2 = 4(x^2 - 2x + 1) \Leftrightarrow (x+1)^2 - 4(x^2 - 2x + 1) = 0$

$\Leftrightarrow (x+1)^2 - [2(x-1)]^2 = 0 \Leftrightarrow [x + 1 + 2(x-1)][x + 1 - 2(x-1)] = 0$

$\Leftrightarrow (3x-1)(3-x) = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} 3x-1=0 \\ 3-x=0 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = \dfrac{1}{3} \\ x = 3 \end{array}\right.$. Vậy $S = \left\{\dfrac{1}{3}; 3\right\}$.

d) $2x^3 + 5x^2 - 3x = 0 \Leftrightarrow x(2x^2 + 5x - 3) = 0$

$\Leftrightarrow x(2x^2 - x + 6x - 3) = 0 \Leftrightarrow x(2x - 1)(x + 3) = 0$

$$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 0 \\ 2x - 1 = 0 \\ x + 3 = 0 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 0 \\ x = \dfrac{1}{2} \\ x = -3 \end{array}\right.. \text{ Vậy } S = \left\{-3; 0; \dfrac{1}{2}\right\}.$$

52. Giải các phương trình:

a) $\dfrac{1}{2x-3} - \dfrac{3}{x(2x-3)} = \dfrac{5}{x}$; b) $\dfrac{x+2}{x-2} - \dfrac{1}{x} = \dfrac{2}{x(x-2)}$;

c) $\dfrac{x+1}{x-2} + \dfrac{x-1}{x+2} = \dfrac{2(x^2+2)}{x^2-4}$; d) $(2x+3)\left(\dfrac{3x+8}{2-7x}+1\right) = (x-5)\left(\dfrac{3x+8}{2-7x}+1\right)$

Giải

a) $\dfrac{1}{2x-3} - \dfrac{3}{x(2x-3)} = \dfrac{5}{x}$ (1)

ĐKXĐ: $x(2x - 3) \neq 0 \Leftrightarrow x \neq 0$ và $x \neq \dfrac{3}{2}$

MTC: $x(2x - 3)$

Khi đó (1) $\Leftrightarrow x - 3 = 5(2x - 3) \Leftrightarrow x - 3 = 10x - 15 \Leftrightarrow x - 10x = -15 + 3$

$\Leftrightarrow -9x = -12 \Leftrightarrow x = \dfrac{4}{3}$ (nhận). Vậy $S = \left\{\dfrac{4}{3}\right\}$.

b) $\dfrac{x+2}{x-2} - \dfrac{1}{x} = \dfrac{2}{x(x-2)}$ (1)

ĐKXĐ: $x(x - 2) \neq 0 \Leftrightarrow x \neq 0$ và $x \neq 2$

MTC: $x(x - 2)$

Khi đó (1) $\Leftrightarrow x(x + 2) - (x - 2) = 2 \Leftrightarrow x^2 + 2x - x + 2 - 2 = 0 \Leftrightarrow x^2 + x = 0$

$\Leftrightarrow x(x + 1) = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 0 \\ x + 1 = 0 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 0 \text{ (loại)} \\ x = -1 \text{ (nhận)} \end{array}\right.$. Vậy $S = \{-1\}$.

c) $\dfrac{x+1}{x-2} + \dfrac{x-1}{x+2} = \dfrac{2(x^2+2)}{x^2-4}$ (1)

MTC: $x^2 - 4 = (x + 2)(x - 2)$

ĐKXĐ: $x^2 - 4 = (x + 2)(x - 2) \neq 0 \Leftrightarrow x \neq \pm 2$

Khi đó (1) $\Leftrightarrow (x + 1)(x + 2) + (x - 1)(x - 2) = 2(x^2 + 2)$

$\Leftrightarrow x^2 + 3x + 2 + x^2 - 3x + 2 = 2x^2 + 4$

$\Leftrightarrow x^2 + x^2 + 3x - 3x + 4 - 2x^2 - 4 = 0$

$0x = 0$

Vậy phương trình nghiệm đúng với mọi $x \in R$ thỏa mãn $x \neq \pm 2$

d) $(2x + 3)\left(\dfrac{3x+8}{2-7x} + 1\right) = (x - 5)\left(\dfrac{3x+8}{2-7x} + 1\right)$ (1)

ĐKXĐ: $2 - 7x \neq 0 \Leftrightarrow x \neq \dfrac{2}{7}$

Khi đó (1) $\Leftrightarrow (2x + 3)\left(\dfrac{3x+8}{2-7x} + 1\right) - (x - 5)\left(\dfrac{3x+8}{2-7x} + 1\right) = 0$

$\Leftrightarrow \left(\dfrac{3x+8}{2-7x} + 1\right)[(2x + 3) - (x - 5)] = 0$

$\Leftrightarrow \left(\dfrac{10-4x}{2-7x}\right)(x + 8) = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}\dfrac{10-4x}{2-7x} = 0\\ x + 8 = 0\end{array}\right.$

$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}10 - 4x = 0\\ x + 8 = 0\end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}x = \dfrac{5}{2} \text{ (nhận)}\\ x = -8 \text{ (nhận)}\end{array}\right.$. Vậy $S = \left\{-8; \dfrac{5}{2}\right\}$.

53. Giải phương trình: $\dfrac{x+1}{9} + \dfrac{x+2}{8} = \dfrac{x+3}{7} + \dfrac{x+4}{6}$ (1).

Giải

Gợi ý: Ta có thể giải bằng cách thông thường cũng được, song lời giải dài và khá phức tạp. Có một cách giải sáng tạo như sau:

Thêm 2 vào mỗi vế và biến đổi như sau:

(1) $\Leftrightarrow \left(\dfrac{x+1}{9} + 1\right) + \left(\dfrac{x+2}{8} + 1\right) = \left(\dfrac{x+3}{7} + 1\right) + \left(\dfrac{x+4}{6} + 1\right)$

$\Leftrightarrow \dfrac{x+10}{9} + \dfrac{x+10}{8} = \dfrac{x+10}{7} + \dfrac{x+10}{6}$

$\Leftrightarrow (x + 10)\left(\dfrac{1}{9} + \dfrac{1}{8} - \dfrac{1}{7} - \dfrac{1}{6}\right) = 0$

$\Leftrightarrow x + 10 = 0$ (vì $\dfrac{1}{9} + \dfrac{1}{8} - \dfrac{1}{7} - \dfrac{1}{6} \neq 0$) $\Leftrightarrow x = -10$. Vậy $S = \{-10\}$

54. Một canô xuôi dòng từ bến A đến bến B mất 4 giờ và ngược dòng từ bến B về bến A mất 5 giờ. Tính khoảng cách giữa hai bến A và B, biết rằng vận tốc của dòng nước là 2km/h.

Giải

– Gọi x (km) là khoảng cách giữa 2 bến A và B. Điều kiện $x > 0$.

Khi đó vận tốc canô lúc xuôi dòng là $\frac{x}{4}$ (km/h).

Vì vận tốc dòng nước là 2km/h nên vận tốc của canô khi nước yên lặng là $\frac{x}{4} - 2$ (km/h) và vận tốc canô khi đi ngược dòng là $\left(\frac{x}{4} - 2\right) - 2 = \frac{x}{4} - 4$(km/h).

Theo đề bài, canô đi về ngược dòng hết 5 giờ nên ta có phương trình:

$$5\left(\frac{x}{4} - 4\right) = x$$

– Giải phương trình ta được x = 80 (nhận). Vậy quãng đường AB dài 80km.

55. Biết rằng 200g một dung dịch chứa 50g muối. Hỏi phải pha thêm bao nhiêu gam nước vào dung dịch đó để được một dung dịch chứa 20% muối?

Giải

– Gọi x (gam) là lượng nước cần thêm. Điều kiện $x > 0$. Khi đó trọng lượng dung dịch là (200 + x) gam và nồng độ muối sau khi thêm nước là $\frac{20}{100}(200 + x)$.

Theo đề bài ta có phương trình: $\frac{20}{100}(200 + x) = 50$

– Giải phương trình ta được x = 50 (nhận)

Vậy lượng nước cần thêm là 50 gam.

56. Để khuyến khích tiết kiệm điện, giá điện sinh hoạt được tính theo kiểu lũy tiến, nghĩa là nếu người sử dụng càng dùng nhiều điện thì giá mỗi số điện (1kWh) càng tăng lên theo các mức sau:

Mức thứ nhất: Tính cho 100 số điện đầu tiên;

Mức thứ hai: Tính cho số điện thứ 101 đến 150, mỗi số đắt hơn 150 đồng so với mức thứ nhất;

Mức thứ ba: Tính cho số điện thứ 151 đến 200, mỗi số đắt hơn 200 đồng so với mức thứ hai; v.v...

Ngoài ra, người sử dụng còn phải trả thêm 10% thuế giá trị gia tăng (thuế VAT).

Tháng vừa qua, nhà Cường dùng hết 165 số điện và phải trả 95700 đồng. Hỏi mỗi số điện mức thứ nhất giá là bao nhiêu?

Giải

– Gọi x (đồng) là giá tiền một số điện ở mức thứ nhất. Điều kiện $x > 0$.

Vì nhà Cường dùng hết 165 số điện nên phải trả tiền theo ba mức:

- Giá tiền 100 số điện đầu tiên là: 100x (đồng)
- Giá tiền 50 số điện tiếp theo là: 50(x + 150) (đồng)
- Giá tiền 15 số điện tiếp theo là: 15(x + 150 + 200) = 15(x + 350) (đồng)

Kể cả thuế VAT, số tiền điện nhà Cường phải trả là 95700 đồng nên ta có phương trình:

$$[100x + 50(x + 150) + 15(x + 350)].\frac{110}{100} = 95700$$

– Giải phương trình ta được x = 450 (nhận)

Vậy giá tiền một số điện ở mức thứ nhất là 450 đồng.

CÂU HỎI TRẮC NGHIỆM ÔN TẬP CHƯƠNG III

1. *Chọn câu trả lời đúng.*

Phương trình có vô số nghiệm có tập nghiệm là :

(A) $S = 0$ (B) $S = \varnothing$ (C) $S = \{0\}$ (D) $S = R$.

2. *Chọn câu trả lời đúng.* x = 1 là nghiệm của phương trình :

(A) $2x + 1 = 2$ (B) $3x + 4 = 2(x + 2)$

(C) $2x + 10 = 3(x + 3)$ (D) $x(2x + 1) = 0$.

3. *Chọn câu trả lời đúng.* Các cặp phương trình sau đây, cặp nào tương đương với nhau ?

(A) $x = 0$ và $x(x + 1) = 0$ (B) $3x + 4 = 5x - 2$ và $2x = 2$

(C) $2x - 3 = 0$ và $x(2x - 3) = 0$ (D) $2x + 5 = 0$ và $3(2x + 5) = 0$.

4. *Chọn câu trả lời đúng.* Trong các phương trình sau, phương trình nào là phương trình bậc nhất ?

(A) $2x + 1 = 2008$ (B) $(x - 2008)^2 = 1$

(C) $|x - 2008| = 1$ (D) $\sqrt{x - 2008} = 1$.

5. *Chọn câu trả lời đúng.* Phương trình $5x + 25 = 0$ có nghiệm là :

(A) $x = 5$ (B) $x = -5$ (C) $x = -20$ (D) $x = -30$.

6. *Chọn câu trả lời đúng.* Phương trình $5x - 3 = 3x - 7$ có tập nghiệm là :

(A) $S = -2$ (B) $S = \{-2\}$ (C) $S = \{3\}$ (D) $S = -5$.

7. *Chọn câu trả lời đúng.* Phương trình $-5(1,2 - 2x) = 6(1,5 + x) + x$ có tập nghiệm là :

(A) $S = -5$ (B) $S = \{-5\}$ (C) $S = 5$ (D) $S = \{5\}$.

8. *Chọn câu trả lời đúng.* Phương trình $5(x - 1) + 6(x - 4) = 11x + 4$ có tập nghiệm là :

(A) $S = \{5\}$ (B) $S = \varnothing$ (C) $S = \{0\}$ (D) $S = \{6\}$.

9. *Chọn câu trả lời đúng.* Phương trình $\frac{3}{2}\left(t - \frac{5}{4}\right) - \frac{5}{8} = t$ có nghiệm là :

(A) $t = 5$ (B) $t = 3$ (C) $t = 4$ (D) $t = 6$.

10. *Chọn câu trả lời đúng.* Phương trình $\frac{1 - x}{6} = x + 4$ có nghiệm là :

(A) $x = -\frac{7}{23}$ (B) $x = \frac{7}{23}$ (C) $x = \frac{2}{3}$ (D) $x = -\frac{23}{7}$.

11. *Chọn câu trả lời đúng.* Phương trình $\frac{10 - x}{15} + \frac{x}{3} = \frac{20 + 3x}{5}$ có tập nghiệm là :

(A) $S = 20$ (B) $S = \{20\}$ (C) $S = -10$ (D) $S = \{-10\}$.

12. *Chọn câu trả lời đúng.* Phương trình $\frac{2 - 0,5x}{4} - 0,25 = \frac{5x + 3}{5} + 1,5$ có nghiệm là :

(A) $x = -\frac{370}{225}$ (B) $x = -\frac{37}{225}$ (C) $x = \frac{-370}{22,5}$ (D) $x = -\frac{3,7}{225}$.

13. *Chọn câu trả lời đúng.* Phương trình $x + 2008 = x - 2008$ có :

(A) Một nghiệm là $x = 2008$ (B) Một nghiệm là $x = -2008$

(C) Nghiệm đúng với mọi x. (D) Vô nghiệm.

14. *Chọn câu trả lời đúng.* Phương trình $(x - 1)^2 + (x - 2)^2 - 2(x - 1)(x - 2) = 0$ có tập nghiệm là :

(A) $S = \{0\}$ (B) $S = \varnothing$ (C) $S = \{1\}$ (D) $S = \{2\}$.

15. *Chọn câu trả lời đúng.* Cho phương trình $P(x).Q(x) = 0$. Tập nghiệm của phương trình là tất cả các nghiệm của :

(A) $P(x) = 0$ (B) $Q(x) = 0$

(C) $P(x) = 0$ hoặc $Q(x) = 0$ (D) $P(x) = 0$ và $Q(x) = 0$.

16. *Chọn câu trả lời đúng.* Phương trình $\left(x + \frac{1}{2}\right)\left(\frac{x}{3} - 5\right) = 0$ có nghiệm là :

(A) $x = \frac{1}{2}$ hoặc $x = 15$ (B) $x = \frac{1}{2}$ hoặc $x = -15$

(C) $x = -\frac{1}{2}$ hoặc $x = 15$ (D) $x = -\frac{1}{2}$ hoặc $x = -15$.

17. *Chọn câu trả lời đúng.* Phương trình $5x(x - 3) - 2(x - 3) = 0$ có nghiệm là :

(A) $x = 3$ hoặc $x = \frac{2}{5}$ (B) $x = -3$ hoặc $x = \frac{2}{5}$

(C) $x = -3$ hoặc $x = -\frac{2}{5}$ (D) $x = 3$ hoặc $x = -\frac{2}{5}$.

18. *Chọn câu trả lời đúng.* Phương trình $5x(x - 5) - 4x + 20 = 0$ có tập nghiệm là :

(A) $S = \{5\}$ (B) $S = \left\{\frac{4}{5}\right\}$ (C) $S = \left\{5 ; \frac{4}{5}\right\}$ (D) $S = \left\{5 ; \frac{4}{5} ; 4\right\}$.

19. *Chọn câu trả lời đúng.* Phương trình $5x - 5 - x^2 + x = 0$ có tập nghiệm là :

(A) $S = \{1\}$ (B) $S = \{5\}$ (C) $S = \{1 ; 5\}$ (D) $S = \{0 ; 1 ; 5\}$.

20. *Chọn câu trả lời đúng.* Phương trình $x^3 + 2x^2 = 3x^2 + 6x$ có tập nghiệm là :

(A) $S = \{0 ; -2\}$ (B) $S = \{0 ; 3\}$

(C) $S = \{-2 ; 0 ; 3\}$ (D) $S = \{-2 ; 3\}$.

21. *Chọn câu trả lời đúng.* Phương trình $2x^2 - 9x + 7 = 0$ có tập nghiệm là :

(A) $S = \left\{1 ; \frac{7}{2}\right\}$ (B) $S = \left\{1 ; \frac{9}{2}\right\}$

(C) $S = \left\{1 ; \frac{7}{9}\right\}$ (D) $S = \left\{1 ; \frac{2}{7}\right\}$.

22. *Chọn câu trả lời đúng.* Phương trình $(25x^2 - 9)(x - 2) = (x^2 - 4)(5x - 3)$ có tập nghiệm là :

(A) $S = \left\{\frac{3}{5} ; 2 ; 4\right\}$ (B) $S = \left\{-\frac{3}{5} ; \frac{3}{5} ; 2 ; 4\right\}$

(C) $S = \left\{\frac{3}{5} ; 2 ; -\frac{1}{4}\right\}$ (D) $S = \left\{-\frac{3}{5} ; 2 ; \frac{1}{2}\right\}$.

23. *Chọn câu trả lời đúng.* Phương trình $x(x-16)-297=0$ có nghiệm là :

(A) $x = 27$ và $x = -11$ (B) $x = 27$ và $x = 11$

(C) $x = -27$ và $x = 16$ (D) $x = 27$ và $x = -16$.

24. *Chọn câu trả lời đúng.* Điều kiện xác định của phương trình :

$\frac{2x+3}{x} - \frac{2x}{x^2-4} = \frac{5x+3}{x+2}$ là :

(A) $x \neq 0$; $x \neq \pm 2$ (B) $x \neq \pm 2$

(C) $x \neq 0$; $x \neq 2$ (D) $x \neq 0$; $x \neq -2$.

25. *Chọn câu trả lời đúng.* Phương trình $\frac{2x^2+10x-3x-15}{x+5} = 0$ có tập nghiệm :

(A) $S = \{-5\}$ (B) $S = \left\{\frac{3}{2}\right\}$ (C) $S = \left\{-5 ; \frac{3}{2}\right\}$ (D) $S = \varnothing$.

26. *Chọn câu trả lời đúng.* Phương trình $x^2 + \frac{1}{x^2} = x + \frac{1}{x}$ có tập nghiệm là :

(A) $S = \{0 ; 1\}$ (B) $S = \left\{1 ; \frac{1}{2}\right\}$ (C) $S = \{1\}$ (D) $S = \varnothing$.

27. *Chọn câu trả lời đúng.* Phương trình $\frac{5x+4}{x} + \frac{2x+1}{x+2} = 7$ có tập nghiệm là :

(A) $S = \left\{-\frac{4}{5}\right\}$ (B) $S = \{-8\}$

(C) $S = \left\{-\frac{4}{5} ; -8 ; -\frac{1}{2}\right\}$ (D) $S = \left\{-8 ; -\frac{1}{2} ; \frac{7}{2}\right\}$.

28. *Chọn câu trả lời đúng.* Phương trình $\frac{x^2-3x+1}{x^2-1} = 1$ có nghiệm là :

(A) $x = \frac{1}{3}$ (B) $x = 3$ (C) $x = \frac{3}{2}$ (D) $x = \frac{2}{3}$.

29. *Chọn câu trả lời đúng.* Phương trình $\frac{x+1}{x-2} + \frac{x-3}{x} = 2$ có nghiệm là :

(A) $x = 3$ (B) $x = -1$ (C) Vô nghiệm (D) Vô số nghiệm.

30. *Chọn câu trả lời đúng.* Cho biểu thức $P = \frac{2a+1}{a+1} + \frac{a-3}{a+3}$. Để $P = 3$ thì giá trị của a là :

(A) $a = -\frac{1}{2}$ (B) $a = -\frac{9}{7}$

(C) $a = 3$ (D) Không có giá trị nào của a.

31. *Chọn câu trả lời đúng.* Cho phương trình $\frac{x+m-1}{x+1} + \frac{x-2}{x} = 2$. Để phương trình có nghiệm x = 2 thì giá trị của m là :

(A) m = 1 (B) m = 2 (C) m = 4 (D) m = 5.

32. *Chọn câu trả lời đúng.* Cho phương trình m(mx + 4) = 4(x + m). Với giá trị nào của m để phương trình có vô số nghiệm ?

(A) m = 2 (B) m = –2 (C) m = ±2 (D) m = 4.

33. *Chọn câu trả lời đúng.* Phương trình :

$$\frac{1}{x(x+1)} + \frac{1}{(x+1)(x+2)} + \frac{1}{(x+2)(x+3)} + \frac{1}{(x+3)(x+4)} = -1$$

có tập nghiệm là :

(A) S = {–2} (B) S = {–2 ; 2 ; 3}

(C) S = {–2 ; 3} (D) S = ∅.

34. *Chọn câu trả lời đúng.* Năm nay, tuổi mẹ gấp 3 lần tuổi Lan. Lan tính rằng sau 15 năm nữa thì tuổi mẹ chỉ còn gấp 2 lần tuổi Lan. Hỏi năm nay Lan bao nhiêu tuổi ?

(A) 13 tuổi (B) 17 tuổi (C) 15 tuổi (D) 19 tuổi.

35. *Chọn câu trả lời đúng.* Hai người quét sân. Cả hai cùng quét sân hết 1 giờ 20 phút. Trong khi chỉ quét một mình thì người thứ nhất xong sớm hơn người thứ hai 2 giờ. Hỏi mỗi người quét sân một mình hết mấy giờ?

(A) Người 1 : 3 giờ ; người 2 : 5 giờ

(B) Người 1 : 2 giờ ; người 2 : 4 giờ

(C) Người 1 : 2 giờ 30 phút ; người 2 : 4 giờ 30 phút

(D) Người 1 : 3 giờ 15 phút ; người 2 : 4 giờ 15 phút.

36. *Chọn câu trả lời đúng.* Một phòng học có 84 ghế ngồi được xếp thành từng hàng và mỗi hàng đều có số ghế bằng nhau. Nếu số hàng tăng thêm 1 và số ghế ở mỗi hàng cũng tăng thêm 1 thì trong phòng sẽ có 105 ghế. Hỏi có bao nhiêu hàng ghế trong phòng học đó?

(A) 6 hàng hoặc 14 hàng (B) 8 hàng hoặc 12 hàng

(C) 12 hàng hoặc 8 hàng (D) 9 hàng hoặc 11 hàng.

HƯỚNG DẪN VÀ ĐÁP ÁN CÂU HỎI ÔN TẬP CHƯƠNG III

1. *Chọn câu D.*

2. *Chọn câu C.*

3. Gọi S_1, S_2 lần lượt là tập nghiệm của phương trình thứ nhất và hai.

(A) $S_1 = \{0\}$ và $S_2 = \{0\ ;\ -1\}$ (B) $S_1 = \{3\}$ và $S_2 = \{1\}$

(C) $S_1 = \left\{\frac{3}{2}\right\}$ và $S_2 = \left\{0\ ;\ \frac{3}{2}\right\}$ (D) $S_1 = \left\{-\frac{5}{2}\right\}$ và $S_2 = \left\{-\frac{5}{2}\right\}$.

Chọn câu D.

4. Phương trình $2x + 1 = 2008 \Leftrightarrow 2x + 1 - 2008 = 0 \Leftrightarrow 2x - 2007 = 0$

là phương trình bậc nhất vì có dạng $ax + b = 0$ với $a = 2$; $b = -2007$.

Các phương trình còn lại không phải là phương trình bậc nhất.

Chọn câu A.

5. $5x + 25 = 0 \Leftrightarrow 5x = -25 \Leftrightarrow x = -25 : 5 = -5$. *Chọn câu B.*

6. $5x - 3 = 3x - 7 \Leftrightarrow 5x - 3x = -7 + 3 \Leftrightarrow 2x = -4 \Leftrightarrow x = -2 \Rightarrow S = \{-2\}$.

Chọn câu B.

7. $-5(1,2 - 2x) = 6(1,5 + x) + x \Leftrightarrow -6 + 10x = 9 + 6x + x$

$\Leftrightarrow 10x - 6x - x = 9 + 6 \Leftrightarrow 3x = 15 \Leftrightarrow x = 5$. *Chọn câu D.*

8. $5(x - 1) + 6(x - 4) = 11x + 4 \Leftrightarrow 5x - 5 + 6x - 24 = 11x + 4$

$\Leftrightarrow 11x - 11x = 4 + 29 \Leftrightarrow 0x = 33$, phương trình vô nghiệm. *Chọn câu B.*

9. $\frac{3}{2}\left(t - \frac{5}{4}\right) - \frac{5}{8} = t \Leftrightarrow \frac{3}{2}t - \frac{15}{8} - \frac{5}{8} = t \Leftrightarrow \frac{4.3t}{8} - \frac{20}{8} = \frac{8t}{8}$

$\Leftrightarrow 12t - 8t = 20 \Leftrightarrow t = 5$. *Chọn câu A.*

10. $\frac{1-x}{6} = x + 4$

Quy đồng mẫu ta được : $\frac{1-x}{6} = \frac{6(x+4)}{6}$

Khử mẫu phương trình ta được :

$1 - x = 6(x + 4) \Leftrightarrow 1 - x = 6x + 24$

$\Leftrightarrow -x - 6x = 24 - 1 \Leftrightarrow -7x = 23 \Leftrightarrow x = -\frac{23}{7}$.

Chọn câu D.

11. $\frac{10-x}{15} + \frac{x}{3} = \frac{20+3x}{5} \Leftrightarrow \frac{10-x}{15} + \frac{x.5}{15} = \frac{3(20+3x)}{15}$

$\Leftrightarrow 10 - x + 5x = 60 + 9x \Leftrightarrow 4x - 9x = 60 - 10 \Leftrightarrow -5x = 50 \Leftrightarrow x = -10.$

Chọn câu D.

12. $\dfrac{2-0,5x}{4} - 0,25 = \dfrac{5x+3}{5} + 1,5$

$\Leftrightarrow \dfrac{5(2-0,5x)}{20} - \dfrac{0,25.20}{20} = \dfrac{4(5x+3)}{20} + \dfrac{20.1,5}{20}$

$\Leftrightarrow 10 - 2,5x - 5 = 20x + 12 + 30 \Leftrightarrow -2,5x - 20x = 42 - 5$

$\Leftrightarrow -22,5x = 37 \Leftrightarrow x = -\dfrac{37}{22,5} = -\dfrac{370}{225}$. *Chọn câu A.*

13. $x + 2008 = x - 2008 \Leftrightarrow 0x = -4016 \Rightarrow$ Phương trình vô nghiệm.

Chọn câu D.

14. $(x-1)^2 + (x-2)^2 - 2(x-1)(x-2) = 0$

$\Leftrightarrow x^2 - 2x + 1 + x^2 - 4x + 4 - 2x^2 + 4x + 2x - 4 = 0$

$\Leftrightarrow 0x + 1 = 0 \Leftrightarrow 0x = -1 \Rightarrow$ Phương trình vô nghiệm. *Chọn câu B.*

15. *Chọn câu C.*

16. $\left(x+\dfrac{1}{2}\right)\left(\dfrac{x}{3}-5\right) = 0 \Leftrightarrow x + \dfrac{1}{2} = 0$ hoặc $\dfrac{x}{3} - 5 = 0$

- $x + \dfrac{1}{2} = 0 \Leftrightarrow x = -\dfrac{1}{2}$
- $\dfrac{x}{3} - 5 = 0 \Leftrightarrow \dfrac{x-5.3}{3} = 0 \Leftrightarrow x - 15 = 0 \Leftrightarrow x = 15$. *Chọn câu C.*

17. $5x(x-3) - 2(x-3) = 0 \Leftrightarrow (x-3)(5x-2) = 0 \Leftrightarrow x - 3 = 0$ hoặc $5x - 2 = 0$

- $x - 3 = 0 \Leftrightarrow x = 3$
- $5x - 2 = 0 \Leftrightarrow x = \dfrac{2}{5}$. *Chọn câu A.*

18. $5x(x-5) - 4x + 20 = 0 \Leftrightarrow 5x(x-5) - 4(x-5) = 0$

$\Leftrightarrow (x-5)(5x-4) = 0 \Leftrightarrow x - 5 = 0$ hoặc $5x - 4 = 0$

- $x - 5 = 0 \Leftrightarrow x = 5$
- $5x - 4 = 0 \Leftrightarrow x = \dfrac{4}{5}$. *Chọn câu C.*

19. $5x - 5 - x^2 + x = 0 \Leftrightarrow 5(x-1) - x(x-1) = 0 \Leftrightarrow (x-1)(5-x) = 0$

$\Leftrightarrow x - 1 = 0$ hoặc $5 - x = 0 \Leftrightarrow x = 1$ hoặc $x = 5$. *Chọn câu C.*

20. $x^3 + 2x^2 = 3x^2 + 6x \Leftrightarrow x^3 + 2x^2 - 3x^2 - 6x = 0$

$\Leftrightarrow x(x^2 + 2x - 3x - 6) = 0 \Leftrightarrow x[(x^2 - 3x) + (2x - 6)] = 0$

$\Leftrightarrow x[x(x-3)+2(x-3)]=0 \Leftrightarrow x(x-3)(x+2)=0$

$\Leftrightarrow x=0$ hoặc $x-3=0$ hoặc $x+2=0 \Leftrightarrow x=0$ hoặc $x=3$ hoặc $x=-2$.

Chọn câu C.

21. $2x^2-9x+7=0 \Leftrightarrow 2x^2-7x-2x+7=0 \Leftrightarrow x(2x-7)-(2x-7)=0$

$\Leftrightarrow (2x-7)(x-1)=0 \Leftrightarrow 2x-7=0$ hoặc $x-1=0$. *Chọn câu A.*

22. $(25x^2-9)(x-2)=(x^2-4)(5x-3)$

$\Leftrightarrow (25x^2-9)(x-2)-(x^2-4)(5x-3)=0$

$\Leftrightarrow (5x-3)(5x+3)(x-2)-(x-2)(x+2)(5x-3)=0$

$\Leftrightarrow (5x-3)(x-2)[(5x+3)-(x+2)]=0 \Leftrightarrow (5x-3)(x-2)(4x+1)=0$

$\Leftrightarrow 5x-3=0$ hoặc $x-2=0$ hoặc $4x+1=0$

$\Leftrightarrow x=\frac{3}{5}$ hoặc $x=2$ hoặc $x=-\frac{1}{4}$. *Chọn câu C.*

23. $x(x-16)-297=0 \Leftrightarrow x^2-16x-297=0$

$\Leftrightarrow x^2-27x+11x-297=0 \Leftrightarrow x(x-27)+11(x-27)=0$

$\Leftrightarrow (x-27)(x+11)=0 \Leftrightarrow x-27=0$ hoặc $x+11=0$

$\Leftrightarrow x=27$ hoặc $x=-11$. *Chọn câu A.*

24. $\frac{2x+3}{x}-\frac{2x}{x^2-4}=\frac{5x+3}{x+2}$ xác định khi $x\neq 0$ và $x^2-4\neq 0$

$\Leftrightarrow x\neq 0$; $x\neq 2$ và $x\neq -2$. *Chọn câu A.*

25. $\frac{2x^2+10x-3x-15}{x+5}=0$ (1)

ĐKXĐ : $x+5\neq 0 \Leftrightarrow x\neq -5$

(1) $\Leftrightarrow 2x(x+5)-3(x+5)=0 \Leftrightarrow (x+5)(2x-3)=0$

$\Leftrightarrow x+5=0$ hoặc $2x-3=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=-5 \text{ (không thoả ĐK)} \\ x=\frac{3}{2} \text{ (thoả ĐK)} \end{array}\right.$. *Chọn câu B.*

26. $x^2+\frac{1}{x^2}=x+\frac{1}{x}$. ĐKXĐ : $x\neq 0$

$\Leftrightarrow \frac{x^4+1}{x^2}=\frac{x^3+x}{x^2} \Leftrightarrow x^4-x^3+1-x=0 \Leftrightarrow x^3(x-1)-(x-1)=0$

$\Leftrightarrow (x-1)(x^3-1)=0 \Leftrightarrow (x-1)(x-1)(x^2+x+1)=0$

$\Leftrightarrow (x-1)^2(x^2+x+1)=0 \Leftrightarrow (x-1)^2=0$ hoặc $(x^2+x+1)=0 \Leftrightarrow x=1$.

Chọn câu C.

27. $\dfrac{5x+4}{x}+\dfrac{2x+1}{x+2}=7$. ĐKXĐ : $x \neq 0$ và $x \neq -2$.

$\Leftrightarrow \dfrac{(5x+4)(x+2)+x(2x+1)}{x(x+2)}=\dfrac{7x(x+2)}{x(x+2)}$

$\Leftrightarrow 5x^2 + 10x + 4x + 8 + 2x^2 + x = 7x^2 + 14x$

$\Leftrightarrow 7x^2 + 15x + 8 - 7x^2 - 14x = 0 \Leftrightarrow x + 8 = 0 \Leftrightarrow x = -8$ (thoả ĐKXĐ)

Chọn câu B.

28. $\dfrac{x^2-3x+1}{x^2-1}=1$. ĐKXĐ : $x^2 - 1 \neq 0 \Leftrightarrow x \neq \pm 1$.

$\Leftrightarrow x^2 - 3x + 1 = 1(x^2 - 1) \Leftrightarrow -3x = -2 \Leftrightarrow x = \dfrac{2}{3}$ (thoả ĐKXĐ). *Chọn câu D.*

29. $\dfrac{x+1}{x-2}+\dfrac{x-3}{x}=2$. ĐKXĐ : $x - 2 \neq 0 \Leftrightarrow x \neq 2$ và $x \neq 0$

$\Leftrightarrow x(x + 1) + (x - 2)(x - 3) = 2x(x - 2)$

$\Leftrightarrow x^2 + x + x^2 - 3x - 2x + 6 = 2x^2 - 4x$

$\Leftrightarrow 2x^2 - 4x + 6 - 2x^2 + 4x = 0 \Leftrightarrow 0x + 6 = 0 \Rightarrow$ Phương trình vô nghiệm.

Chọn câu C.

30. Bài toán tương đương tìm các giá trị của a sao cho $a + 1 \neq 0$; $a + 3 \neq 0$ và

$\dfrac{2a+1}{a+1}+\dfrac{a-3}{a+3}=3$ (1)

Điều này có nghĩa là giải phương trình (1) ẩn số a.

ĐKXĐ : $a \neq -1$; $a \neq -3$.

(1) $\Leftrightarrow (2a + 1)(a + 3) + (a - 3)(a + 1) = 3(a + 1)(a + 3)$

$\Leftrightarrow 2a^2 + 6a + a + 3 + a^2 + a - 3a - 3 = 3a^2 + 9a + 3a + 9$

$\Leftrightarrow 3a^2 + 5a - 3a^2 - 12a - 9 = 0 \Leftrightarrow -7a - 9 = 0 \Leftrightarrow a = -\dfrac{9}{7}$.

Chọn câu B.

31. $\dfrac{x+m-1}{x+1}+\dfrac{x-2}{x}=2$ có nghiệm $x = 2$. Thay $x = 2$ vào phương trình ta

được : $\dfrac{2+m-1}{2+1}+\dfrac{2-2}{2}=2 \Leftrightarrow \dfrac{m+1}{3}=2 \Leftrightarrow m + 1 = 6 \Leftrightarrow m = 5$

Chọn câu D.

32. $m(mx + 4) = 4(x + m) \Leftrightarrow m^2x + 4m = 4x + 4m$

$\Leftrightarrow m^2x + 4m - 4x - 4m = 0 \Leftrightarrow (m^2 - 4)x = 0$.

Để phương trình có vô số nghiệm với $\forall x$ thì :

$$m^2 - 4 = 0 \Leftrightarrow m^2 = 4 \Leftrightarrow m = \pm 2.$$ *Chọn câu C.*

33. $$\frac{1}{x(x+1)} + \frac{1}{(x+1)(x+2)} + \frac{1}{(x+2)(x+3)} + \frac{1}{(x+3)(x+4)} = -1$$

ĐKXĐ : $x \neq 0$; $x \neq -1$; $x \neq -2$; $x \neq -3$; $x \neq -4$.

Phương trình $\Leftrightarrow \frac{1}{x} - \frac{1}{x+1} + \frac{1}{x+1} - \frac{1}{x+2} + \frac{1}{x+2} - \frac{1}{x+3} + \frac{1}{x+3} - \frac{1}{x+4} = -1$

$$\Leftrightarrow \frac{1}{x} - \frac{1}{x+4} = -1 \Leftrightarrow x + 4 - x = -x(x+4) \Leftrightarrow 4 = -x^2 - 4x$$

$\Leftrightarrow x^2 + 4x + 4 = 0 \Leftrightarrow (x+2)^2 = 0 \Leftrightarrow x = -2$ (không thoả ĐKXĐ).

Chọn câu D.

34. Gọi x là tuổi của Lan hiện nay (x nguyên dương)

Tuổi của mẹ hiện này là 3x.

Theo đề ta có phương trình : $3x + 15 = 2(x + 15) \Leftrightarrow x = 15$.

Vậy năm nay Lan 15 tuổi. *Chọn câu C.*

35. Gọi x là thời gian để người thứ nhất quét xong cái sân (x > 1 giờ 20 phút) thì thời gian người thứ hai quét xong cái sân : $x + 2$

1 giờ 20 phút = $\frac{4}{3}$ giờ

Theo đề bài, ta có phương trình : $\frac{1}{x} + \frac{1}{x+2} = \frac{3}{4}$

$$\Leftrightarrow 4(x+2) + 4x = 3x(x+2) \Leftrightarrow 3x^2 - 2x - 8 = 0$$

$\Leftrightarrow 3(x-2)\left(x + \frac{4}{3}\right) = 0 \Leftrightarrow x = 2$ hoặc $x = -\frac{4}{3}$ (loại).

Vậy người thứ nhất quét hết 2 giờ, người thứ hai quét hết 4 giờ.

Chọn câu B.

36. Gọi x là số hàng ghế trong phòng học ($x \in N^*$) thì số ghế mỗi hàng là $\frac{84}{x}$ (ghế).

Nếu kê thêm mỗi hàng 1 ghế thì với 105 ghế thì mỗi hàng có $\frac{105}{x+1}$ (ghế)

Ta có phương trình $\frac{84}{x} + 1 = \frac{105}{x+1} \Leftrightarrow x^2 - 20x + 84 = 0$

$\Leftrightarrow (x - 14)(x - 6) = 0 \Leftrightarrow x = 14$ hoặc $x = 6$. *Chọn câu A.*

Chương IV.

BẤT PHƯƠNG TRÌNH BẬC NHẤT MỘT ẨN

§1. LIÊN HỆ GIỮA THỨ TỰ VÀ PHÉP CỘNG

I. KIẾN THỨC CƠ BẢN

1. Bất đẳng thức: Ta gọi hệ thức dạng $a < b$ (hay $a > b$; $a \leq b$, $a \geq b$) là bất đẳng thức và gọi a là vế trái, b là vế phải của bất đẳng thức.

2. Liên hệ giữa thứ tự và phép cộng:

a) Tính chất: Khi cộng cùng một số vào hai vế của một bất đẳng thức ta được một bất đẳng thức mới cùng chiều với bất đẳng thức đã cho.

– Nếu $a < b$ thì $a + c < b + c$,
Nếu $a \leq b$ thì $a + c \leq b + c$.

– Nếu $a > b$ thì $a + c > b + c$,
Nếu $a \geq b$ thì $a + c \geq b + c$.

b) Chú ý: Tính chất của thứ tự cũng chính là tính chất của bất đẳng thức.

II. BÀI TẬP SÁCH GIÁO KHOA

1. Mỗi khẳng định sau đúng hay sai? Vì sao?

a) $(-2) + 3 \geq 2$; b) $-6 \leq 2.(-3)$; c) $4 + (-8) < 15 + (-8)$; d) $x^2 + 1 \geq 1$.

Giải

a) $(-2) + 3 \geq 2$: Sai, vì $(-2) + 3 = 1$ mà $1 < 2$

b) $-6 \leq 2(-3)$: Đúng, vì $2(-3) = -6$ mà $-6 \leq -6$

c) $4 + (-8) < 15 + (-8)$: Đúng, vì $\left.\begin{matrix} 4 + (-8) = -4 \\ 15 + (-8) = 7 \end{matrix}\right\}$ mà $-4 < 7$ hoặc vì $4 < 15$

$\Rightarrow 4 + (-8) < 15 + (-8)$ (tính chất BĐT)

d) $x^2 + 1 \geq 1$: Đúng, vì $x^2 \geq 0 \Rightarrow x^2 + 1 \geq 1$.

2. Cho $a < b$, hãy so sánh: a) $a + 1$ và $b + 1$; b) $a - 2$ và $b - 2$

Giải

a) Ta có $a < b$ (giả thiết) $\Rightarrow a + 1 < b + 1$ (tính chất BĐT)

b) Ta có $a < b$ (gt) $\Rightarrow a - 2 < b - 2$ (tính chất BĐT)

3. So sánh a và b nếu: a) $a - 5 \geq b - 5$; b) $15 + a \leq 15 + b$

Giải

a) Ta có $a - 5 \geq b - 5$ (gt) $\Rightarrow a - 5 + 5 \geq b - 5 + 5 \Rightarrow a \geq b$

b) Ta có $15 + a \leq 15 + b$ (gt) $\Rightarrow -15 + 15 + a \leq -15 + 15 + b \Rightarrow a \leq b$

4. Đố. Một biển báo giao thông với nền trắng, số 20 màu đen, viền đỏ (hình bên) cho biết vận tốc tối đa mà các phương tiện giao thông được đi trên quãng đường có biển quy định là 20km/h. Nếu một ôtô đi trên đường đó có vận tốc là a (km/h) thì a phải thỏa mãn điều kiện nào trong các điều kiện sau?



Tốc độ tối đa cho phép

$a > 20$; $a < 20$; $a \leq 20$; $a \geq 20$.

Giải

Chọn $a \leq 20$. Biển báo này lưu ý rằng khi xe ôtô chạy trên quãng đường đó thì xe chạy với tốc độ tối đa cho phép là 20km/h thì mới đảm bảo an toàn giao thông.

§2. LIÊN HỆ GIỮA THỨ TỰ VÀ PHÉP NHÂN

I. KIẾN THỨC CƠ BẢN

1. Liên hệ giữa thứ tự và phép nhân với số dương:

a) Tính chất: Khi nhân cả hai vế của bất đẳng thức với cùng một số dương ta được bất đẳng thức mới cùng chiều với bất đẳng thức đã cho.

b) Tổng quát: Với ba số a, b, c và $c > 0$, ta có:

- Nếu $a < b$ thì $a.c < b.c$; Nếu $a \leq b$ thì $a.c \leq b.c$
- Nếu $a > b$ thì $a.c > b.c$; Nếu $a \geq b$ thì $a.c \geq b.c$

2. Liên hệ giữa thứ tự và phép nhân với số âm:

a) Tính chất: Khi nhân cả hai vế của một bất đẳng thức với cùng một số âm ta được bất đẳng thức mới ngược chiều với bất đẳng thức đã cho.

b) Tổng quát: với ba số a, b, c với $c < 0$, ta có:

- Nếu $a < b$ thì $a.c > b.c$; Nếu $a \leq b$ thì $a.c \geq b.c$
- Nếu $a > b$ thì $a.c < b.c$; Nếu $a \geq b$ thì $a.c \leq b.c$

3. Tính chất bắc cầu của thứ tự:

- Cho ba số a, b, c. Nếu $a < b$ và $b < c$ thì $a < c$
- Tương tự, các thứ tự $>$; $\geq$; $\leq$ cũng có tính chất bắc cầu.

II. BÀI TẬP SÁCH GIÁO KHOA

5. Mỗi khẳng định sau đúng hay sai? Vì sao?

a) $(-6).5 < (-5).5$; b) $(-6).(-3) < (-5).(-3)$;

c) $(-2003).(-2005) \le (-2005).2004$; d) $-3x^2 \le 0$.

Giải

a) $(-6).5 < (-5).5$: Đúng, vì: $\left.\begin{array}{r}(-6).5 = -30\\ \text{và } (-5).5 = -25\end{array}\right\}$ mà $-30 < -25 \Rightarrow (-6).5 < (-5).5$

b) $(-6).(-3) < (-5).(-3)$: Sai, vì: $\left.\begin{array}{r}(-6).(-3) = 18\\ (-5).(-3) = 15\end{array}\right\}$ mà $15 < 18 \Rightarrow (-5).(-3) < (-6).(-3)$

c) $(-2003).(-2005) \le (-2005).2004$: Sai, vì: $\left.\begin{array}{l}(-2003)(-2005) > 0\\ (-2003).2004 < 0\end{array}\right\}$

$\Rightarrow (-2003).(-2005) > (-2005).2004$

d) $-3x^2 \le 0$: Đúng vì: $x^2 \ge 0 \Rightarrow -3x^2 \le 0$.

6. Cho $a < b$, hãy so sánh: $2a$ và $2b$; $2a$ và $a + b$; $-a$ và $-b$.

Giải

Với $a < b$:

a) So sánh $2a$ và $2b$: Vì $a < b \Rightarrow 2a < 2b$ (nhân hai vế bất đẳng thức $a < b$ với $+2$)

b) So sánh $2a$ và $a + b$: Vì $a < b \Rightarrow a + a < a + b$ hay $2a < a + b$.

c) So sánh $-a$ và $-b$: Vì $a < b \Rightarrow (-1).a > (-1).b$ (nhân hai vế với -1) hay $-a > -b$

7. Số a là số âm hay số dương nếu: $12a < 15a$; $4a < 3a$; $-3a > -5a$?

Giải

Một số $a \in R$ có thể xảy ra ba khả năng: $a > 0$; $a = 0$; $a < 0$.

a) Ta có $12 < 15 \Rightarrow 12a < 15a$ (BĐT không đổi chiều)

Điều này chứng tỏ rằng $a > 0$.

b) Ta có $4 > 3 \Rightarrow 4a < 3a$ (BĐT đổi chiều)

Điều này chứng tỏ rằng $a < 0$.

c) Ta có $-3 > -5 \Rightarrow -3a > -5a$ (BĐT không đổi chiều)

Điều này chứng tỏ rằng $a > 0$.

8. Cho $a < b$, chứng tỏ:

a) $2a - 3 < 2b - 3$; b) $2a - 3 < 2b + 5$.

Giải

a) Ta có $a < b$ (gt) $\Rightarrow 2a < 2b$ (nhân hai vế BĐT với $+2$)

$\Rightarrow 2a - 3 < 2b - 3$ (cộng vào 2 vế BĐT -3) (đpcm)

b) Ta có $-3 < 5 \Rightarrow -3 + 2b < 5 + 2b$ (cộng vào hai vế BĐT với 2b)

và $a < b \Rightarrow 2a - 3 < 2b - 3$ (câu a)

Ta suy ra $2a - 3 < 2b + 5$ (đpcm).

Luyện tập

9. Cho tam giác ABC. Các khẳng định sau đúng hay sai?

a) $\hat{A} + \hat{B} + \hat{C} > 180^0$; b) $\hat{A} + \hat{B} < 180^0$;

c) $\hat{B} + \hat{C} \leq 180^0$; d) $\hat{A} + \hat{B} \geq 180^0$.

Giải

a) $\hat{A} + \hat{B} + \hat{C} > 180^0$ là sai vì trong ΔABC tổng $\hat{A} + \hat{B} + \hat{C} = 180^0$

b) $\hat{A} + \hat{B} < 180^0$ là đúng vì trong ΔABC có $\hat{A} + \hat{B} + \hat{C} = 180^0$ nên $\hat{A} + \hat{B} < 180^0$

c) $\hat{B} + \hat{C} \leq 180^0$ là đúng.

d) $\hat{A} + \hat{B} \geq 180^0$ là sai vì trong ΔABC có $\hat{A} + \hat{B} + \hat{C} = 180^0$ do đó $\hat{A} + \hat{B} < 180^0$.

10. a) So sánh $(-2).3$ và $-4,5$

b) Từ kết quả câu a) hãy suy ra các bất đẳng thức sau:

$(-2).30 < -45$; $(-2).3 + 4,5 < 0$

Giải

a) Ta có $(-2).3 = -6$ mà $-6 < -4,5$. Vậy $(-2).3 < -4,5$

b) Vì $(-2).3 < -4,5 \Rightarrow (-2).3.10 < -4,5.10$ (nhân hai vế với $+10$)

hay $(-2).30 < -45$ (đpcm)

Vì $(-2).3 < -4,5 \Rightarrow (-2).3 + 4,5 < -4,5 + 4,5$ (cộng hai vế với 4,5)

hay $(-2).3 + 4,5 < 0$ (đpcm)

11. Cho $a < b$, chứng minh:

a) $3a + 1 < 3b + 1$; b) $-2a - 5 > -2b - 5$

Giải

a) Vì $a < b$ (gt) $\Rightarrow 3a < 3b$ (nhân 2 vế với $+3$)

$\Rightarrow 3a + 1 < 3b + 1$ (cộng hai vế với $+1$) (đpcm)

b) Vì $a < b$ (gt) $\Rightarrow -2a > -2b$ (nhân 2 vế với -2)

$\Rightarrow -2a - 5 > -2b - 5$ (cộng vào 2 vế với -5) (đpcm)

12. Chứng minh: a) $4.(-2) + 14 < 4.(-1) + 14$;

b) $(-3).2 + 5 < (-3).(-5) + 5$

Hướng dẫn

Có thể giải như bài 11 hoặc giải bằng cách khác là so sánh giá trị của 2 vế.

a) Ta có $4.(-2) + 14 = -8 + 14 = 6$ và $4(-1) + 14 = -4 + 14 = 10$

Mà $6 < 10$ nên $4(-2) + 14 < 4(-1) + 14$ (đpcm)

b) Ta có $(-3).2 + 5 = -6 + 5 = -1$ và $(-3).(-5) + 5 = 15 + 5 = 20$

Mà $-1 < 20$ nên $(-3).2 + 5 < (-3)(-5) + 5$ (đpcm)

13. So sánh a và b nếu: a) $a + 5 < b + 5$; b) $-3a > -3b$;

c) $5a - 6 \geq 5b - 6$; d) $-2a + 3 \leq -2b + 3$.

Giải

a) Ta có $a + 5 < b + 5 \Rightarrow a + 5 - 5 < b + 5 - 5$ (cộng vào hai vế cho -5)

$\Rightarrow a < b$

b) Ta có $-3a > -3b \Rightarrow -\frac{1}{3}.(-3a) < -\frac{1}{3}.(-3b)$ (nhân hai vế với $-\frac{1}{3}$)

$\Rightarrow a < b$

c) Ta có $5a - 6 \geq 5b - 6 \Rightarrow 5a - 6 + 6 \geq 5b - 6 + 6 \Rightarrow 5a \geq 5b$

$\Rightarrow \frac{1}{5}.5a \geq \frac{1}{5}.5b$ (nhân 2 vế với $+\frac{1}{5}$) $\Rightarrow a \geq b$

d) Ta có $-2a + 3 \leq -2b + 3 \Rightarrow -2a + 3 - 3 \leq -2b + 3 - 3 \Rightarrow -2a \leq -2b$

$\Rightarrow -\frac{1}{2}.(-2a) \geq -\frac{1}{2}.(-2b) \Rightarrow a \geq b.$

14. Cho $a < b$, hãy so sánh:

a) $2a + 1$ với $2b + 1$; b) $2a + 2$ với $2b + 3$.

Giải

a) Vì $a < b \Rightarrow 2a < 2b \Rightarrow 2a + 1 < 2b + 1$ (đpcm)

b) Vì $1 < 3 \Rightarrow 2b + 1 < 2b + 3$ (cộng hai vế với 2b)

Vì $a < b \Rightarrow 2a < 2b \Rightarrow 2a + 1 < 2b + 1$ (2)

Từ (1) và (2), do tính chất bắc cầu ta có:

$2a + 1 < 2b + 3$ (đpcm)

§3. BẤT PHƯƠNG TRÌNH MỘT ẨN

I. KIẾN THỨC CƠ BẢN

1. Khái niệm: Giả sử A(x) và B(x) là hai biểu thức chứa biến x. Khi nói A(x) > B(x) (hoặc A(x) < B(x) là một bất phương trình, ta hiểu rằng phải tìm các giá trị của biến x để giá trị của A(x) lớn hơn (hoặc bé hơn) giá trị của B(x).

   – Biến x gọi là ẩn của bất phương trình

   – Việc tìm nghiệm gọi là giải bất phương trình

   – Mỗi biểu thức gọi là một vế của bất phương trình.

2. Tập hợp nghiệm của bất phương trình: Tập hợp tất cả các nghiệm của một bất phương trình được gọi là tập nghiệm của bất phương trình. Giải bất phương trình là tìm tập hợp nghiệm của bất phương trình đó.

3. Bất phương trình tương đương:

   Hai bất phương trình có cùng tập hợp nghiệm được gọi là hai bất phương trình tương đương, kí hiệu: $\Leftrightarrow$.

II. BÀI TẬP SÁCH GIÁO KHOA

15. Kiểm tra xem giá trị x = 3 là nghiệm của bất phương trình nào trong các bất phương trình sau:

    a) $2x + 3 < 9$; b) $-4x > 2x + 5$; c) $5 - x > 3x - 12$

Giải

Với x = 3

a) $VT = 2x + 3 = 2(3) + 3 = 9 = VP$

Vậy x = 3 không phải là nghiệm của bất phương trình.

b) $VT = -4x = -4.3 = -12$

$VP = 2x + 5 = 2.3 + 5 = 11$

Vì $-12 < 11 \Rightarrow -4x > 2x + 5$ (sai)

Vậy x = 3 không là nghiệm của bất phương trình.

c) $VT = 5 - x = 5 - 3 = 2$

$VP = 3x - 12 = 3.3 - 12 = -3$

Vì $-3 < 2 \Rightarrow 3x - 12 < 5 - x$ (đúng)

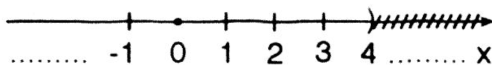
Vậy x = 3 là một nghiệm của bất phương trình.

16. Viết và biểu diễn tập nghiệm trên trục số của mỗi bất phương trình sau:

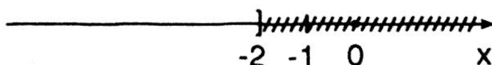
a) $x < 4$;   b) $x \leq -2$;   c) $x > -3$;   d) $x \geq 1$.

Giải

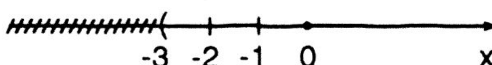
a) $S = \{x \,/\, x < 4\}$



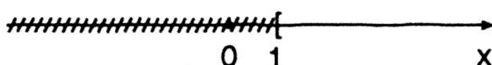
b) $S = \{x \,/\, x \leq -2\}$



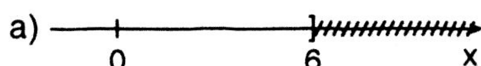
c) $S = \{x \,/\, x > -3\}$

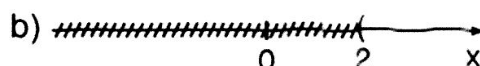


d) $S = \{x \,/\, x \geq 1\}$

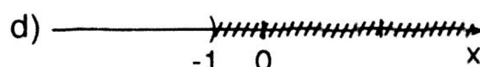


17. Hình vẽ sau đây biểu diễn tập nghiệm của bất phương trình nào? (Chỉ tiêu một bất phương trình).

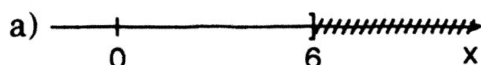
a) 

b) 

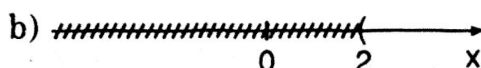
c) 

d) 

Giải

a) 

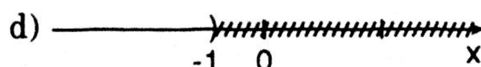
BPT : $x \leq 6$

b) 

BPT : $x > 2$

c) 

BPT : $x \geq 5$

d) 

BPT : $x < -1$

18. Hãy lập bất phương trình cho bài toán sau: Quãng đường từ A đến B dài 50km. Một ô tô đi từ A đến B, khởi hành lúc 7 giờ. Hỏi ôtô phải đi với vận tốc là bao nhiêu km/h để đến B trước 9 giờ cùng ngày?

Giải

Gọi x (km/h) là vận tốc ôtô phải đi, điều kiện $x > 0$. Khi đó thời gian ôtô đi từ A đến B là $50 : x$ (giờ)

Theo đề bài ta có bất phương trình: $7 + (50 : x) < 9$ (1)

$$7 + \frac{50}{x} < 9 \Leftrightarrow 7x + 50 < 9x \text{ (vì } x > 0)$$

$$\Leftrightarrow 9x - 7x > 50 \Leftrightarrow 2x > 50 \Leftrightarrow x > 25.$$

Vậy để đến B trước 9 giờ thì ôtô phải chạy với vận tốc lớn hơn 25km/h.

§4. BẤT PHƯƠNG TRÌNH BẬC NHẤT MỘT ẨN

I. KIẾN THỨC CƠ BẢN

1. Định nghĩa: Bất phương trình dạng $ax + b < 0$ (hoặc $ax + b > 0$; $ax + b \leq 0$; $ax + b \geq 0$) trong đó a và b là hai số đã cho, $a \neq 0$, được gọi là bất phương trình bậc nhất một ẩn.
2. Hai quy tắc biến đổi bất phương trình:
   a) Quy tắc chuyển vế: Khi chuyển một hạng tử của bất phương trình từ vế này sang vế kia ta phải đổi dấu hạng tử đó.
   b) Quy tắc nhân với một số: Khi nhân hai vế của bất phương trình với cùng một số khác 0, ta phải:
   - Giữ nguyên chiều bất phương trình nếu số đó dương;
   - Đổi chiều bất phương trình nếu số đó âm.

II. BÀI TẬP SÁCH GIÁO KHOA

19. Giải các bất phương trình (theo qui tắc chuyển vế):

a) $x - 5 > 3$; b) $x - 2x < -2x + 4$;

c) $-3x > -4x + 2$; d) $8x + 2 < 7x - 1$

Giải

a) $x - 5 > 3 \Leftrightarrow x > 3 + 5 \Leftrightarrow x > 8$. Vậy $S = \{x / x > 8\}$.

b) $x - 2x < -2x + 4 \Leftrightarrow x - 2x + 2x < 4 \Leftrightarrow x < 4$. Vậy $S = \{x / x < 4\}$

c) $-3x > -4x + 2 \Leftrightarrow -3x + 4x > 2 \Leftrightarrow x > 2$. Vậy $S = \{x / x > 2\}$

d) $8x + 2 < 7x - 1 \Leftrightarrow 8x - 7x < -1 - 2 \Leftrightarrow x < -3$. Vậy $S = \{x / x < -3\}$

20. Giải các bất phương trình (theo qui tắc nhân):

a) $0,3x > 0,6$; b) $-4x < 12$; c) $-x > 4$; d) $1,5x > -9$.

Giải

a) $0,3x > 0,6 \Leftrightarrow x > 0,6 : 0,3 \Leftrightarrow x > 2$. Vậy $S = \{x / x > 2\}$

b) $-4x < 12 \Leftrightarrow x > 12 : (-4) \Leftrightarrow x > -3$. Vậy $S = \{x / x > -3\}$

c) $-x > 4 \Leftrightarrow x < 4 : (-1) \Leftrightarrow x < -4$. Vậy $S = \{x / x < -4\}$

d) $1,5x > -9 \Leftrightarrow x > -9 : 1,5 \Leftrightarrow x > -6$. Vậy $S = \{x / x > -6\}$

21. Giải thích sự tương đương sau:

a) $x - 3 > 1 \Leftrightarrow x + 3 > 7$;

b) $-x < 2 \Leftrightarrow 3x > -6$.

Giải

a) $x - 3 > 1 \Leftrightarrow x - 3 + 6 > 1 + 6 \Leftrightarrow x + 3 > 7$

Do cộng hai vế của BPT thứ nhất với 6 ta được BPT thứ hai.

b) $-x < 2 \Leftrightarrow -x.(-3) > 2.(-3) \Leftrightarrow 3x > -6$

Do nhân hai vế của BPT thứ nhất với –3 và đổi chiều sẽ được BPT thứ hai.

22. Giải các bất phương trình và biểu diễn tập nghiệm trên trục số:

a) $1,2x < -6$; b) $3x + 4 > 2x + 3$.

Giải

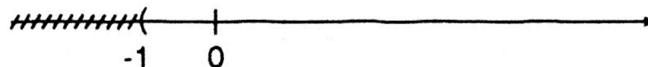
a) $1,2x < -6 \Leftrightarrow x < -6 : 1,2 \Leftrightarrow x < -5$.

Vậy tập hợp nghiệm là: $S = \{x / x < -5\}$



b) $3x + 4 > 2x + 3 \Leftrightarrow 3x - 2x > 3 - 4 \Leftrightarrow x > -1$

Vậy tập hợp nghiệm là: $S = \{x / x > -1\}$

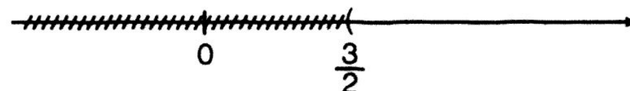


23. Giải các bất phương trình và biểu diễn tập nghiệm trên trục số:

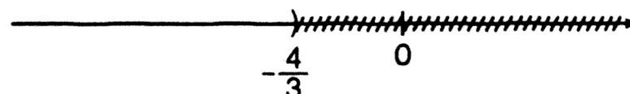
a) $2x - 3 > 0$; b) $3x + 4 < 0$; c) $4 - 3x \le 0$; d) $5 - 2x \ge 0$.

Giải

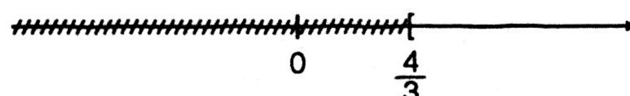
a) $2x - 3 > 0 \Leftrightarrow 2x > 3 \Leftrightarrow x > \frac{3}{2}$. Vậy tập hợp nghiệm là $S = \{x / x > \frac{3}{2}\}$



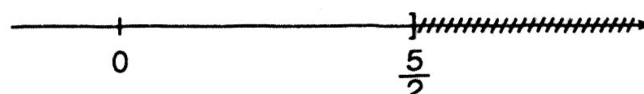
b) $3x + 4 < 0 \Leftrightarrow 3x < -4 \Leftrightarrow x < -\frac{4}{3}$. Vậy tập hợp nghiệm là: $S = \{x / x < -\frac{4}{3}\}$



c) $4 - 3x \le 0 \Leftrightarrow 4 \le 3x \Leftrightarrow x \ge \frac{4}{3}$. Vậy tập hợp nghiệm là: $S = \{x / x \ge \frac{4}{3}\}$



d) $5 - 2x \ge 0 \Leftrightarrow 5 \ge 2x \Leftrightarrow x \le \frac{5}{2}$. Vậy tập hợp nghiệm là: $S = \{x / x \le \frac{5}{2}\}$



24. Giải các bất phương trình:

a) $2x - 1 > 5$; b) $3x - 2 < 4$; c) $2 - 5x \leq 17$; d) $3 - 4x \geq 19$.

Giải

a) $2x - 1 > 5 \Leftrightarrow 2x > 5 + 1 \Leftrightarrow 2x > 6 \Leftrightarrow x > 3$. Vậy $S = \{x / x > 3\}$

b) $3x - 2 < 4 \Leftrightarrow 3x < 4 + 2 \Leftrightarrow 3x < 6 \Leftrightarrow x < 2$. Vậy $S = \{x / x < 2\}$

c) $2 - 5x \leq 17 \Leftrightarrow -5x < 17 - 2 \Leftrightarrow -5x \leq 15 \Leftrightarrow x \geq \dfrac{15}{-5} \Leftrightarrow x \geq -3$

Vậy $S = \{x / x \geq -3\}$

d) $3 - 4x \geq 19 \Leftrightarrow -4x \geq 19 - 3 \Leftrightarrow -4x \geq 16 \Leftrightarrow x \leq \dfrac{16}{-4} \Leftrightarrow x \leq -4$

Vậy $S = \{x / x \leq -4\}$

25. Giải các bất phương trình:

a) $\dfrac{2}{3}x > -6$; b) $-\dfrac{5}{6}x < 20$; c) $3 - \dfrac{1}{4}x > 2$; d) $5 - \dfrac{1}{3}x > 2$.

Giải

a) $\dfrac{2}{3}x > -6 \Leftrightarrow x > -6 : \dfrac{2}{3} \Leftrightarrow x > -9$. Vậy $S = \{x / x > -9\}$.

b) $-\dfrac{5}{6}x < 20 \Leftrightarrow x > 20 : \left(-\dfrac{5}{6}\right) \Leftrightarrow x > -24$. Vậy $S = \{x / x > -24\}$

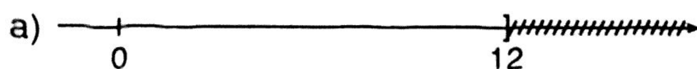
c) $3 - \dfrac{1}{4}x > 2 \Leftrightarrow -\dfrac{1}{4}x > 2 - 3 \Leftrightarrow -\dfrac{1}{4}x > -1 \Leftrightarrow x < (-1) : \left(-\dfrac{1}{4}\right) \Leftrightarrow x < 4$

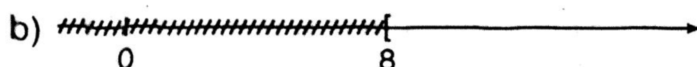
Vậy $S = \{x / x < 4\}$

d) $5 - \dfrac{1}{3}x > 2 \Leftrightarrow -\dfrac{1}{3}x > 2 - 5 \Leftrightarrow -\dfrac{1}{3}x > -3 \Leftrightarrow x < (-3) : \left(-\dfrac{1}{3}\right) \Leftrightarrow x < 9$

Vậy $S = \{x / x < 9\}$

26. Hình vẽ sau biểu diễn tập nghiệm của bất phương trình nào? (Kể ba bất phương trình có cùng tập nghiệm).

a) 

b) 

Giải

a) Trước hết hình vẽ biểu diễn nghiệm của bất phương trình $x \leq 12$. Hai bất phương trình khác có cùng tập hợp nghiệm có thể là (các bất phương trình tương đương): $2x \leq 24$; $x - 3 \leq 9$

b) Tương tự: $x \geq 8$

$-2x \leq -16$; $\quad x + 5 \geq 13$.

27. Đố. Kiểm tra xem giá trị $x = -2$ có là nghiệm của bất phương trình sau không:

a) $x + 2x^2 - 3x^3 + 4x^4 - 5 < 2x^2 - 3x^3 + 4x^4 - 6$; b) $(-0,001)x > 0,003$.

Giải

a) HD: Ta biến đổi BPT trên về BPT tương đương đơn giản hơn rồi thế vào để khử thì hay hơn và đơn giản hơn, ít sai sót.

Ta có: $x + 2x^2 - 3x^3 + 4x^4 - 5 < 2x^2 - 3x^3 + 4x^4 - 6$

$\Leftrightarrow \quad x - 2x^2 - 2x^2 - 3x^3 + 3x^3 + 4x^4 - 4x^4 < -6 + 5 \Leftrightarrow x < -1$

Với BPT $x < -1$ thì $x = -2$ là một nghiệm của BPT.

b) Ta có: $(-0,001)x > 0,003 \Leftrightarrow x < 0,003 : (-0,001) \Leftrightarrow x < -3$

Với BPT $x < -3$ thì $x = -2$ không là một nghiệm của BPT.

Luyện tập

28. Cho bất phương trình $x^2 > 0$.

a) Chứng tỏ $x = 2$, $x = -3$ là nghiệm của bất phương trình đã cho.

b) Có phải mọi giá trị của ẩn x đều là nghiệm của bất phương trình đã cho hay không?

Giải

a) – Với $x = 2$ thì $x^2 = 2^2 = 4 > 0$

– Với $x = -3$ thì $x^2 = (-3)^2 = 9 > 0$

đều thỏa mãn.

Vậy $x = 2$; $x = -3$ là nghiệm của BPT $x^2 > 0$.

b) Vì $x^2 > 0$ với mọi $x \in R$ trừ đi giá trị $x = 0$ (vì khi đó $x^2 = 0^2 = 0$).

Vậy tập nghiệm của BPT là $\{x / x \neq 0\}$ hay nói khác hơn không phải mọi giá trị của ẩn đều là nghiệm của BPT $x^2 > 0$.

29. Tìm x sao cho:

a) Giá trị của biểu thức $2x - 5$ không âm;

b) Giá trị của biểu thức $-3x$ không lớn hơn giá trị của biểu thức: $-7x + 5$.

Giải

a) Hướng dẫn cách giải:

– Với câu hỏi như trên tương đương với việc đưa về giải bất phương trình: $2x - 5 \geq 0$

- Giải bất phương trình: $2x - 5 \geq 0 \Leftrightarrow 2x \geq 5 \Leftrightarrow x \geq \frac{5}{2}$

- Trả lời: Vậy với x mà $x \geq \frac{5}{2}$ thì biểu thức $2x - 5$ có giá trị không âm.

b) Lí luận tương tự, ta đưa về giải bất phương trình:

$$-3x \leq -7x + 5 \Leftrightarrow -3x + 7x \leq 5 \Leftrightarrow 4x \leq 5 \Leftrightarrow x \leq \frac{5}{4}$$

Vậy với x mà $x \leq \frac{5}{4}$ thì giá trị của biểu thức $-3x$ không lớn hơn giá trị của biểu thức $-7x + 5$.

30. Một người có số tiền không quá 70000 đồng gồm 15 tờ giấy bạc với hai loại mệnh giá: loại 2000 đồng và loại 5000 đồng. Hỏi người đó có bao nhiêu tờ giấy bạc loại 5000 đồng?

Giải

- Gọi x (tờ) là số tờ giấy bạc 5000 đồng, điều kiện x nguyên dương.

  Khi đó số tờ giấy bạc 2000 đồng là $(15 - x)$ tờ.

  Số tiền 5000 đồng là $5000x$ (đồng);

  Số tiền 2000 đồng là $(15 - x).2000$ đồng.

  Theo đề bài ta có phương trình: $5000x + (15 - x).2000 \leq 70000$

- Giải bất phương trình ta được: $x \leq \frac{40}{3} = 13,(3)$

- Trả lời: Do x nguyên dương nên x có thể là số nguyên dương từ 1 – 13.

  Vậy số tờ giấy bạc 5000 đồng có thể là các số nguyên dương từ 1 – 13 (tờ).

31. Giải các bất phương trình và biểu diễn tập nghiệm trên trục số:

a) $\frac{15 - 6x}{3} > 5$;

b) $\frac{8 - 11x}{4} < 13$;

c) $\frac{1}{4}(x - 1) < \frac{x - 4}{6}$;

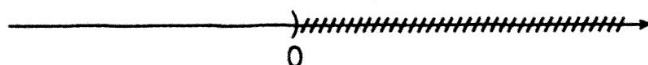
d) $\frac{2 - x}{3} < \frac{3 - 2x}{5}$.

Giải

a) $\frac{15 - 6x}{3} > 5 \Leftrightarrow 3\left(\frac{15 - 6x}{3}\right) > 5.3$

$$\Leftrightarrow 15 - 6x > 15 \Leftrightarrow -6x > 15 - 15 \Leftrightarrow -6x > 0 \Leftrightarrow x < 0$$

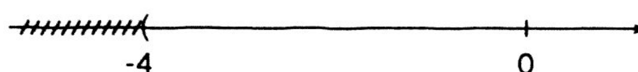
Vậy $S = \{x / x < 0\}$.



b) $\frac{8-11x}{4} < 13 \Leftrightarrow 4\left(\frac{8-11x}{4}\right) < 13.4$

$\Leftrightarrow 8 - 11x < 52 \Leftrightarrow -11x < 52 - 8 \Leftrightarrow -11x < 44 \Leftrightarrow x > -4$

Vậy S = { x / x > –4}.



c) Ta nhân hai vế với BCNN(4, 6) = 12. Ta có:

$\frac{1}{4}(x-1) < \frac{x-4}{6} \Leftrightarrow 12.\frac{1}{4}(x-1) < 12.\left(\frac{x-4}{6}\right)$

$\Leftrightarrow 3(x-1) < 2(x-4) \Leftrightarrow 3x - 3 < 2x - 8$

$\Leftrightarrow 3x - 2x < -8 + 3 \Leftrightarrow x < -5$

Vậy S = {x / x < –5}.

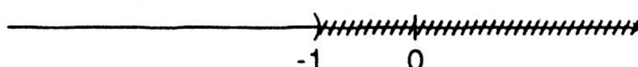


d) $\frac{2-x}{3} < \frac{3-2x}{5}$. BCNN(3, 5) = 15

$\Leftrightarrow 15.\left(\frac{2-x}{3}\right) < 15.\left(\frac{3-2x}{5}\right) \Leftrightarrow 5(2-x) < 3(3-2x)$

$\Leftrightarrow 10 - 5x < 9 - 6x \Leftrightarrow -5x + 6x < 9 - 10 \Leftrightarrow x < -1$

Vậy S = {x / x < –1}.



32. Giải các bất phương trình:

a) $8x + 3(x+1) > 5x - (2x-6)$; b) $2x(6x-1) > (3x-2)(4x+3)$.

Giải

a) $8x + 3(x+1) > 5x - (2x-6) \Leftrightarrow 8x + 3x + 3 > 5x - 2x + 6$

$\Leftrightarrow 8x + 3x - 5x + 2x > 6 - 3 \Leftrightarrow 8x > 3 \Leftrightarrow x > \frac{3}{8}$

Vậy S = { x / x > $\frac{3}{8}$ }

b) $2x(6x-1) > (3x-2)(4x+3) \Leftrightarrow 12x^2 - 2x > 12x^2 + x - 6$

$\Leftrightarrow 12x^2 - 2x - 12x^2 - x > -6 \Leftrightarrow -3x > -6 \Leftrightarrow x < 2$

Vậy S = {x / x < 2}

33. Đố. Trong một kì thi, bạn Chiến phải thi bốn môn: Văn, Toán, Tiếng Anh và Hóa. Chiến đã thi ba môn và được kết quả như bảng sau:

Môn	Văn	Tiếng Anh	Hóa
Điểm	8	7	10

Kì thi quy định muốn đạt loại giỏi phải có điểm trung bình các môn thi là 8 trở lên và không có môn nào bị điểm dưới 6. Biết môn Văn và Toán được tính hệ số 2. Hãy cho biết, để đạt loại giỏi bạn Chiến phải có điểm thi môn Toán ít nhất là bao nhiêu?

Giải

- Gọi x là điểm thi môn Toán, (điều kiện $6 \le x \le 10$)

  Khi đó tổng số điểm thi tính theo hệ số là có:

  $$2.8 + 2x + 7 + 10 = 33 + 2x \text{ (điểm)}$$

  và tổng hệ số của 4 môn thi là: $2 + 2 + 1 + 1 = 6$.

  Theo đề bài ta có bất phương trình: $(2.8 + 2x + 7 + 10) : 6 \ge 8$ (1)

- Giải bất phương trình:

  (1) $\Leftrightarrow (33 + 2x) : 6 \ge 8 \quad \Leftrightarrow 33 + 2x \ge 48$

  $\Leftrightarrow 2x \ge 48 - 33 \quad \Leftrightarrow 2x \ge 15 \quad \Leftrightarrow x \ge 7{,}5$

  Vậy để đạt loại giỏi, điểm thi môn Toán của bạn Chiến phải đạt thấp nhất là 7,5 điểm và cao nhất là 10 điểm.

34. Đố. Tìm sai lầm trong các "lời giải" sau:

a) Giải bất phương trình $-2x > 23$. Ta có: $-2x > 23 \Leftrightarrow x > 23 + 2 \Leftrightarrow x > 25$.

Vậy nghiệm của bất phương trình là $x > 25$.

b) Giải bất phương trình $-\frac{3}{7}x > 12$. Ta có:

$$-\frac{3}{7}x > 12 \Leftrightarrow \left(-\frac{7}{3}\right).\left(-\frac{3}{7}\right)x > \left(-\frac{7}{3}\right).12 \quad \Leftrightarrow x > -28$$

Vậy nghiệm của bất phương trình là $x > -28$.

Giải

a) Sai ở bước $-2x > 23 \Leftrightarrow x > 23 + 2$ (sai)

Sai lầm do coi -2 là hạng tử và chuyển vế hạng tử (trong khi đó -2 là thừa số của x)

b) Sai ở bước $-\frac{3}{7}x > 12 \Leftrightarrow \left(-\frac{7}{3}\right).\left(-\frac{3}{7}\right)x > \left(-\frac{7}{3}\right).12$ (sai)

Sai lầm là khi nhân hai vế của BPT với cùng một số âm $\left(-\frac{7}{3}\right)$ mà không đổi chiều BPT.

§5. PHƯƠNG TRÌNH CHỨA DẤU GIÁ TRỊ TUYỆT ĐỐI

I. KIẾN THỨC CƠ BẢN

1. Nhắc lại về giá trị tuyệt đối: Giá trị tuyệt đối của số a, kí hiệu là $|a|$, được định nghĩa như sau: $|a| = \left[\begin{array}{l} a \text{ khi } a \geq 0 \\ -a \text{ khi } a < 0 \end{array}\right.$

2. Giải một số phương trình chứa dấu giá trị tuyệt đối:

* Phương pháp chung:

Bước 1 : Áp dụng định nghĩa dấu giá trị tuyệt đối để loại bỏ dấu giá trị tuyệt đối

$$|x| = \left[\begin{array}{l} x \text{ nếu } x \geq 0 \\ -(x) \text{ nếu } x < 0 \end{array}\right.$$

Bước 2. Giải các BPT không có dấu giá trị tuyệt đối

Bước 3. Chọn nghiệm thích hợp trong trường hợp đang xét.

Bước 4. Kết luận nghiệm.

3. Một số tính chất quan trọng:

a) $|A| \leq B \Leftrightarrow -B \leq A \leq B$

b) $|A| \geq B \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} A \geq B \\ A < -B \end{array}\right.$

c) $|A| \geq |B| \Leftrightarrow A^2 - B^2 \geq 0 \Leftrightarrow (A + B)(A - B) \geq 0$

d) Nếu trong phương trình có nhiều dấu giá trị tuyệt đối có thể xét dấu để bỏ dấu giá trị tuyệt đối.

II. BÀI TẬP SÁCH GIÁO KHOA

35. Bỏ dấu giá trị tuyệt đối và rút gọn các biểu thức:

a) $A = 3x + 2 + |5x|$ trong hai trường hợp $x \geq 0$ và $x < 0$;

b) $B = |-4x| - 2x + 12$ trong hai trường hợp $x \leq 0$ và $x > 0$

c) $C = |x - 4| - 2x + 12$ khi $x > 5$;

d) $D = 3x + 2 + |x + 5|$.

Giải

a) Khi $x \geq 0$ thì $|5x| = 5x$. Vậy $A = 3x + 2 + 5x = 8x + 2$

Khi $x < 0$ thì $|5x| = -5x$. Vậy $A = 3x + 2 - 5x = 2 - 2x$

b) Khi $x \leq 0$ thì $-4x \geq 0$. Do đó: $|-4x| = -4x$

Vậy $B = -4x - 2x + 12 = -6x + 12$

Khi $x > 0$ thì $-4x < 0$. Do đó: $|-4x| = 4x$. Vậy $B = 4x - 2x + 12 = 2x + 12$

c) Khi $x > 5 \Leftrightarrow x > 4 + 1 \Leftrightarrow x - 4 > 1 > 0$ mà $x - 4 > 0$ thì $|x - 4| = x - 4$

Vậy $C = x - 4 - 2x + 12 = 8 - x$

d) Khi $x + 5 \geq 0$ thì $|x + 5| = x + 5$. Vậy $D = 3x + 2 + x + 5 = 4x + 7$

Khi $x + 5 < 0$ thì $|x + 5| = -(x + 5) = -x - 5$.

Vậy $D = 3x + 2 - x - 5 = 2x - 3$

36 Giải các phương trình:

a) $|2x| = x - 6$; b) $|-3x| = x - 8$; c) $|4x| = 2x + 12$; d) $|-5x| - 16 = 3x$

Giải

a) $|2x| = x - 6$ (1)

- Khi $2x \geq 0 \Leftrightarrow x \geq 0$.

  (1) $\Leftrightarrow 2x = x - 6 \Leftrightarrow 2x - x = -6 \Leftrightarrow x = -6$ (loại)

  Vậy phương trình (1) vô nghiệm.

- Khi $2x < 0 \Leftrightarrow x < 0$.

  (1) $\Leftrightarrow -2x = x - 6 \Leftrightarrow -3x = -6 \Leftrightarrow x = 2$ (loại)

  Vậy phương trình (1) vô nghiệm.

  Tóm lại, tập nghiệm của phương trình (1) là $S = \{\varnothing\}$

b) $|-3x| = x - 8$ (2)

- Khi $-3x \geq 0 \Leftrightarrow x \leq 0$.

  (2) $\Leftrightarrow -3x = x - 8 \Leftrightarrow -3x = x - 8 \Leftrightarrow -4x = -8 \Leftrightarrow x = 2$ (loại)

  Vậy phương trình (2) vô nghiệm.

- Khi $-3x < 0 \Leftrightarrow x > 0$.

  (2) $\Leftrightarrow -(-3x) = x - 8 \Leftrightarrow 3x = x - 8 \Leftrightarrow 3x - x = -8$

  $\Leftrightarrow 2x = -8 \Leftrightarrow x = -4$ (loại)

  Vậy phương trình vô nghiệm hay $S = \varnothing$.

c) $|4x| = 2x + 12$ (3)

– Khi $4x \geq 0 \Leftrightarrow x \geq 0$.

(3) $\Leftrightarrow 4x = 2x + 12 \Leftrightarrow 4x - 2x = 12 \Leftrightarrow 2x = 12 \Leftrightarrow x = 6$ (nhận)

– Khi $4x < 0 \Leftrightarrow x < 0$.

(3) $\Leftrightarrow -4x = 2x + 12 \Leftrightarrow -4x - 2x = 12 \Leftrightarrow -6x = 12 \Leftrightarrow x = -2$ (nhận)

Vậy tập hợp nghiệm của phương trình (3) là $S = \{-2; 6\}$.

d) $|-5x| - 16 = 3x$ (4)

– Khi $-5x \geq 0 \Leftrightarrow x \leq 0$.

(4) $\Leftrightarrow -5x - 16 = 3x \Leftrightarrow -8x = 16 \Leftrightarrow x = -2$ (nhận)

– Khi $-5x < 0 \Leftrightarrow x > 0$.

(4) $\Leftrightarrow -(-5x) - 16 = 3x \Leftrightarrow 2x = 16 \Leftrightarrow x = 8$ (nhận)

Vậy tập hợp nghiệm của phương trình (4) là $S = \{-2; 8\}$.

37. Giải các phương trình: a) $|x - 7| = 2x + 3$; b) $|x + 4| = 2x - 5$;

c) $|x + 3| = 3x - 1$; d) $|x - 4| + 3x = 5$.

Giải

a) $|x - 7| = 2x + 3$ (1)

– Khi $x - 7 \geq 0 \Leftrightarrow x \geq 7$. Khi đó:

(1) $\Leftrightarrow x - 7 = 2x + 3 \Leftrightarrow x - 2x = 3 + 7 \Leftrightarrow -x = 10 \Leftrightarrow x = -10$ (loại)

– Khi $x - 7 < 0 \Leftrightarrow x < 7$. Khi đó:

(1) $\Leftrightarrow -(x - 7) = 2x + 3 \Leftrightarrow -x + 7 = 2x + 3 \Leftrightarrow -x - 2x = 3 - 7$

$\Leftrightarrow -3x = -4 \Leftrightarrow x = \frac{4}{3}$ (nhận)

Vậy tập hợp nghiệm của phương trình (1) là $\left\{\frac{4}{3}\right\}$.

b) $|x + 4| = 2x - 5$ (2)

– Khi $x + 4 \geq 0 \Leftrightarrow x \geq -4$. Khi đó:

(2) $\Leftrightarrow x + 4 = 2x - 5 \Leftrightarrow x - 2x = -5 - 4 \Leftrightarrow -x = -9 \Leftrightarrow x = 9$ (nhận)

– Khi $x + 4 < 0 \Leftrightarrow x < -4$. Khi đó:

(2) $\Leftrightarrow -(x + 4) = 2x - 5 \Leftrightarrow -x - 4 = 2x - 5 \Leftrightarrow -x - 2x = -5 + 4$

$\Leftrightarrow -3x = -1 \Leftrightarrow x = \frac{1}{3}$ (loại)

Vậy tập hợp nghiệm của phương trình (2) là $S = \{9\}$.

c) $|x + 3| = 3x - 1$ (3)

– Khi $x + 3 \geq 0 \Leftrightarrow x \geq -3$. Khi đó:

(3) $\Leftrightarrow x + 3 = 3x - 1 \Leftrightarrow x - 3x = -1 - 3 \Leftrightarrow -2x = -4 \Leftrightarrow x = 2$ (nhận)

– Khi $x + 3 < 0 \Leftrightarrow x < -3$. Khi đó:

(3) $\Leftrightarrow -(x + 3) = 3x - 1 \Leftrightarrow -x - 3 = 3x - 1 \Leftrightarrow -x - 3x = 3 - 1$

$\Leftrightarrow -4x = 2 \Leftrightarrow x = -\dfrac{1}{2}$ (loại).

Vậy tập hợp nghiệm của phương trình (3) là $S = \{2\}$.

d) $|x - 4| + 3x = 5$ (4)

– Khi $x - 4 \geq 0 \Leftrightarrow x \geq 4$. Khi đó:

(4) $\Leftrightarrow x - 4 + 3x = 5 \Leftrightarrow 4x = 9 \Leftrightarrow x = \dfrac{9}{4} = 2\dfrac{1}{4}$ (loại)

– Khi $x - 4 < 0 \Leftrightarrow x < 4$. Khi đó:

(4) $\Leftrightarrow -(x - 4) + 3x = 5 \Leftrightarrow -x + 4 + 3x = 5 \Leftrightarrow 2x = 5 - 4 = 1$

$\Leftrightarrow x = \dfrac{1}{2}$ (nhận)

Vậy tập hợp nghiệm của phương trình (4) là $S = \left\{\dfrac{1}{2}\right\}$.

ÔN TẬP CHƯƠNG IV

A. LÍ THUYẾT

Liên hệ giữa thứ tự và phép tính (với ba số a, b và c bất kì)

Nếu $a \leq b$ thì $a + c \leq b + c$	Nếu $a < b$ thì $a + c < b + c$
Nếu $a \leq b$ và $c > 0$ thì $ac \leq bc$	Nếu $a < b$ và $c > 0$ thì $ac < bc$
Nếu $a \leq b$ và $c < 0$ thì $ac \geq bc$	Nếu $a < b$ và $c < 0$ thì $ac > bc$

Tập hợp nghiệm và biểu diễn tập nghiệm của bất phương trình

Bất phương trình	Tập nghiệm	Biểu diễn tập nghiệm trên trục số
$x < a$	$\{x \mid x < a\}$	0 a x
$x \leq a$	$\{x \mid x \leq a\}$	0 a x
$x > a$	$\{x \mid x > a\}$	0 a x
$x \geq a$	$\{x \mid x \geq a\}$	0 a x

B. BÀI TẬP

38. Cho $m > n$, chứng minh: a) $m + 2 > n + 2$; b) $-2m < -2n$;

c) $2m - 5 > 2n - 5$; d) $4 - 3m < 4 - 3n$.

Giải

a) Ta có: $m > n \Rightarrow m + 2 > n + 2$ (cộng vào hai vế với 2) (đpcm)

b) Ta có: $m > n \Rightarrow -2m < -2n$ (nhân 2 vế với -2) (đpcm)

c) Ta có: $m > n \Rightarrow 2m > 2n$ (nhân 2 vế với 2)

$\Rightarrow 2m - 5 > 2n - 5$ (cộng vào 2 vế với -5) (đpcm)

d) Ta có: $m > n \Rightarrow -3m < -3n$ (nhân 2 vế với -3)

$\Rightarrow 4 - 3m < 4 - 3n$ (cộng vào 2 vế với 4) (đpcm).

39. Kiểm tra xem -2 là nghiệm của bất phương trình nào trong các bất phương trình sau:

a) $-3x + 2 > -5$; b) $10 - 2x < 2$; c) $x^2 - 5 < 1$;

d) $|x| < 3$; e) $|x| > 2$; f) $x + 1 > 7 - 2x$.

Giải

a) $VT = -3x + 2 = -3(-2) + 2 = 8 > -5 = VP$ (thỏa)

Vậy $x = -2$ là nghiệm của bất phương trình.

b) $VT = 10 - 2x = 10 - 2(-2) = 14 > 2 = VP$ (không thỏa)

Vậy $x = -2$ không là nghiệm của bất phương trình.

c) $VT = x^2 - 5 = (-2)^2 - 5 = 4 - 5 = -1 < 1 = VP$ (thỏa)

Vậy $x = -2$ là nghiệm của bất phương trình.

d) $VT = |x| = |\pm 2| = 2 < 3 = VP$ (thỏa)

Vậy $x = -2$ là nghiệm của bất phương trình.

e) $VT = |x| = |-2| = 2 = VP$ (không thỏa)

Vậy $x = -2$ không là nghiệm của bất phương trình.

f) $\left.\begin{array}{l} VT = x + 1 = -2 + 1 = -1 \\ VP = 7 - 2x = -7 - 2(-2) = 11 \end{array}\right\} \Rightarrow VT < VP$ (không thỏa)

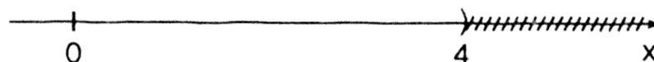
Vậy $x = -2$ không là nghiệm của bất phương trình.

40. Giải các bất phương trình và biểu diễn tập nghiệm trên trục số:

a) $x - 1 < 3$; b) $x + 2 > 1$; c) $0{,}2x < 0{,}6$; d) $4 + 2x < 5$.

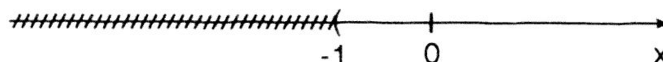
Giải

a) Ta có $x - 1 < 3 \Leftrightarrow x < 3 + 1 \Leftrightarrow x < 4$



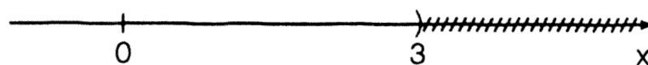
Vậy S = { x / x < 4}

b) x + 2 > 1 ⇔ x > 1 − 2 ⇔ x > −1



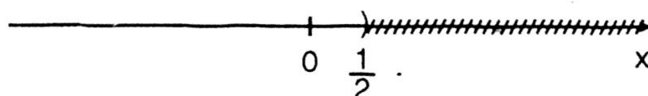
Vậy S = {x / x > −1}

c) 0,2x < 0,6 ⇔ x < $\frac{0,6}{0,2}$ ⇔ x < 3



Vậy S = { x / x < 3}

d) 4 + 2x < 5 ⇔ 2x < 5 − 4 ⇔ 2x < 1 ⇔ x < $\frac{1}{2}$



Vậy S = { x / x < $\frac{1}{2}$}

41. Giải các bất phương trình:

a) $\frac{2-x}{4} < 5$; b) $3 \le \frac{2x+3}{5}$; c) $\frac{4x-5}{3} > \frac{7-x}{5}$; d) $\frac{2x+3}{-4} \ge \frac{4-x}{-3}$.

Giải

a) $\frac{2-x}{4} < 5 \Leftrightarrow 4.\frac{2-x}{4} < 4.5 \Leftrightarrow 2 - x < 20 \Leftrightarrow -x < 20 - 2$

$\Leftrightarrow -x < 18 \Leftrightarrow x > -18$. Vậy S = {x / x > −18}.

b) $3 \le \frac{2x+3}{5} \Leftrightarrow 5.3 \le 5.\frac{2x+3}{5} \Leftrightarrow 15 \le 2x + 3 \Leftrightarrow 15 - 3 \le 2x$

$\Leftrightarrow 12 \le 2x \Leftrightarrow 6 \le x$. Vậy S = { x / x ≥ 6}.

c) $\frac{4x-5}{3} > \frac{7-x}{5}$; BCNN (3; 5) = 15

$\Leftrightarrow 15.\frac{4x-5}{3} > 15.\frac{7-x}{5} \Leftrightarrow 5(4x-5) > 3(7-x) \Leftrightarrow 20x - 25 > 21 - 3x$

$\Leftrightarrow 20x + 3x > 21 + 25 \Leftrightarrow 23x > 46 \Leftrightarrow x > 2$. Vậy S = {x / x > 2}.

d) $\frac{2x+3}{-4} \ge \frac{4-x}{-3}$; BCNN (4; 3) = 12

$\Leftrightarrow 12.\frac{2x+3}{-4} \ge 12.\frac{4-x}{-3} \Leftrightarrow -3(2x+3) \ge -4(4-x)$

$\Leftrightarrow -6x - 9 \geq -16 + 4x \Leftrightarrow -6x - 4x \geq -16 + 9 \Leftrightarrow -10x \geq -7 \Leftrightarrow x \leq \frac{7}{10}$

Vậy $S = \{x / x \leq \frac{7}{10}\}$.

42. Giải các bất phương trình:

a) $3 - 2x > 4$;

b) $3x + 4 < 2$;

c) $(x - 3)^2 < x^2 - 3$;

d) $(x - 3)(x + 3) < (x + 2)^2 + 3$.

Giải

a) $3 - 2x > 4 \Leftrightarrow -2x > 4 - 3 \Leftrightarrow -2x > 1 \Leftrightarrow x < -\frac{1}{2}$. Vậy $S = \{x / x < -\frac{1}{2}\}$.

b) $3x + 4 < 2 \Leftrightarrow 3x < 2 - 4 \Leftrightarrow 3x < -2 \Leftrightarrow x < -\frac{2}{3}$. Vậy $S = \{x / x < -\frac{2}{3}\}$.

c) $(x - 3)^2 < x^2 - 3 \Leftrightarrow x^2 - 6x + 9 < x^2 - 3$

$\Leftrightarrow x^2 - 6x - x^2 < -3 - 9 \Leftrightarrow -6x < -12 \Leftrightarrow x > 2$. Vậy $S = \{x / x > 2\}$.

d) $(x - 3)(x + 3) < (x + 2)^2 + 3 \Leftrightarrow x^2 - 9 < x^2 + 4x + 4 + 3$

$\Leftrightarrow -9 - 7 < x^2 + 4x - x^2 \Leftrightarrow -16 < 4x \Leftrightarrow -4 < x$. Vậy $S = \{ x / x > -4\}$.

43. Tìm x sao cho:

a) Giá trị của biểu thức $5 - 2x$ là số dương;

b) Giá trị của biểu thức $x + 3$ nhỏ hơn giá trị của biểu thức $4x - 5$;

c) Giá trị của biểu thức $2x + 1$ không nhỏ hơn giá trị của biểu thức $x + 3$;

d) Giá trị của biểu thức $x^2 + 1$ không lớn hơn giá trị của biểu thức $(x - 2)^2$.

Giải

a) Theo đề bài ta có: $5 - 2x > 0$ (1)

Giải (1) $\Leftrightarrow 5 > 2x \Leftrightarrow x < \frac{5}{2}$. Vậy giá trị phải tìm là $x < \frac{5}{2}$

b) Theo đề bài ta có: $x + 3 < 4x - 5$ (2)

Giải (2) $\Leftrightarrow x - 4x < -5 - 3 \Leftrightarrow -3x < -8 \Leftrightarrow x > \frac{8}{3}$

Vậy giá trị phải tìm là $x > \frac{8}{3}$

c) Theo đề bài ta có: $2x + 1 \geq x + 3$ (3)

Giải (3) $\Leftrightarrow 2x - x \geq 3 - 1 \Leftrightarrow x \geq 2$. Vậy giá trị phải tìm $x \geq 2$

d) Theo đề bài ta có: $x^2 + 1 \leq x^2 - 4x + 4 \Leftrightarrow x^2 - x^2 + 4x \leq 4 - 1$

$\Leftrightarrow 4x \leq 3 \Leftrightarrow x \leq \frac{3}{4}$. Vậy giá trị phải tìm là $x \leq \frac{3}{4}$

44. Đố. Trong một cuộc thi đố vui, Ban tổ chức quy định mỗi người dự thi phải trả lời 10 câu hỏi ở vòng sơ tuyển. Mỗi câu hỏi này có sẵn 4 đáp án, nhưng trong đó chỉ có 1 đáp án đúng. Người dự thi chọn đáp án đúng sẽ được 5 điểm, chọn đáp án sai sẽ bị trừ đi 1 điểm. Ở vòng sơ tuyển, Ban tổ chức tặng cho mỗi người thi 10 điểm và quy định người nào có tổng số điểm từ 40 trở lên mới được dự thi ở vòng tiếp theo. Hỏi người dự thi phải trả lời chính xác bao nhiêu câu hỏi ở vòng sơ tuyển thì mới được dự thi tiếp ở vòng sau?

Giải

Gọi x (câu hỏi) là số câu hỏi người dự thi phải trả lời chính xác được dự thi tiếp vòng sau, điều kiện x nguyên dương.

Khi đó số điểm trả lời đúng là 5x (điểm). Số câu hỏi trả lời sai là $(10 - x)$ và số điểm bị trừ là $-1(10 - x) = -(10 - x)$ (điểm). Điểm ban tổ chức tặng cho mỗi người là 10 (điểm).

Theo đề bài ta có bất phương trình: $5x - (10 - x) + 10 \geq 40$ (1)

– Giải bất phương trình (1)

$$(1) \Leftrightarrow 5x - 10 + x + 10 \geq 40 \Leftrightarrow 6x \geq 40 \Leftrightarrow x \geq \frac{40}{6} = 6{,}6$$

Vậy số lần trả lời đúng phải là 7, 8, 9 hoặc 10 câu hỏi thì mới được thi tiếp vòng sau.

45. Giải các phương trình: a) $|3x| = x + 8$; b) $|-2x| = 4x + 18$;

c) $|x - 5| = 3x$; d) $|x + 2| = 2x - 10$.

Giải

a) $|3x| = x + 8$ (1)

- Khi $3x \geq 0 \Leftrightarrow x \geq 0$

  $(1) \Leftrightarrow 3x = x + 8 \Leftrightarrow 3x - x = 8 \Leftrightarrow 2x = 8 \Leftrightarrow x = 4$ (nhận)

- Khi $x < 3 \Leftrightarrow x < 0$

  $(1) \Leftrightarrow -3x = x + 8 \Leftrightarrow -3x - x = 8 \Leftrightarrow -4x = 8 \Leftrightarrow x = -2$ (nhận)

  Vậy $S = \{-2; 4\}$.

b) $|-2x| = 4x + 18$ (2)

- Khi $-2x \geq 0 \Leftrightarrow x \leq 0$

  $(2) \Leftrightarrow -2x = 4x + 18 \Leftrightarrow -2x - 4x = 18 \Leftrightarrow -6x = 18 \Leftrightarrow x = -3$ (nhận)

- Khi $-2x < 0 \Leftrightarrow x > 0$

  $(2) \Leftrightarrow -(-2x) = 4x + 18 \Leftrightarrow 2x = 4x + 18 \Leftrightarrow 2x - 4x = 18$

  $\Leftrightarrow -2x = 18 \Leftrightarrow x = -9$ (loại). Vậy $S = \{-3\}$.

c) $|x - 5| = 3x$ (3)

– Khi $x - 5 \geq 0 \Leftrightarrow x \geq 5$

(3) $\Leftrightarrow x - 5 = 3x \Leftrightarrow x - 3x = 5 \Leftrightarrow -2x = 5 \Leftrightarrow x = -\frac{5}{2}$ (loại)

– Khi $x - 5 < 0 \Leftrightarrow x < 5$

(3) $\Leftrightarrow -(x - 5) = 3x \Leftrightarrow -x + 5 = 3x \Leftrightarrow -x - 3x = -5 \Leftrightarrow -4x = -5$

$\Leftrightarrow x = \frac{5}{4} = 1{,}25$ (nhận). Vậy S = {1,25}.

d) $|x + 2| = 2x - 10$ (4)

– Khi $x + 2 \geq 0 \Leftrightarrow x \geq -2$

(4) $\Leftrightarrow x + 2 = 2x - 10 \Leftrightarrow x - 2x = -10 - 2 \Leftrightarrow -x = -12 \Leftrightarrow x = 12$ (nhận)

– Khi $x + 2 < 0 \Leftrightarrow x < -2$

(4) $\Leftrightarrow -(x + 2) = 2x - 10 \Leftrightarrow -x - 2 = 2x - 10 \Leftrightarrow -x - 2x = 2 - 10$

$\Leftrightarrow -3x = -8 \quad \Leftrightarrow x = \frac{8}{3}$ (loại)

Vậy S = {12}.

CÂU HỎI TRẮC NGHIỆM CHƯƠNG IV

1. *Chọn câu trả lời sai.*

(A) Nếu $a \geq b$ thì $a + c \geq b + c$ (B) Nếu $a \leq b$ thì $a + c \leq b + c$

(C) Nếu $a > b$ thì $a + c < b + c$ (D) Nếu $a < b$ thì $a + c < b + c$.

2. *Chọn câu trả lời đúng.* Nếu $m > n$ thì

(A) $m + 10 < n + 10$ (B) $m + 10 \geq n + 10$

(C) $m + 12 < n + 10$ (D) $m + 12 > n + 10$.

3. *Chọn câu trả lời đúng.* Với mọi giá trị của x, ta có :

(A) $8x > 4x$ (B) $4x > 8x$ (C) $8x^2 > 4x^2$ (D) $8 + x > 4 + x$.

4. *Chọn câu trả lời đúng.* Với mọi giá trị x, y và z ta có :

(A) $2xyz \geq x^2 + y^2z^2$ (B) $2xyz > x^2 + y^2z^2$

(C) $2xyz \leq x^2 + y^2z^2$ (D) $2xyz < x^2 + y^2z^2$.

5. *Chọn câu trả lời đúng.* Cho $a > 0$, $b > 0$, $c > 0$. Nếu $a > b$ thì

(A) $\frac{a}{b} > \frac{a+c}{b+c}$ (B) $\frac{a}{b} \geq \frac{a+c}{b+c}$ (C) $\frac{a}{b} < \frac{a+c}{b+c}$ (D) $\frac{a}{b} \leq \frac{a+c}{b+c}$

6. *Chọn câu trả lời đúng.* Với mọi giá trị x, y $\in \mathbb{R}$, ta có :

(A) $x^2 - xy + y^2 > 0$ (B) $x^2 - xy + y^2 < 0$

(C) $x^2 - xy + y^2 \le 0$ (D) $x^2 - xy + y^2 \ge 0$.

7. *Chọn câu trả lời đúng.* x = 3 là nghiệm của bất phương trình

(A) $2x + 1 < 3$ (B) $-4x + 3 > 6$ (C) $3x + 4 < 7$ (D) $-x + 5 > 0$.

8. *Chọn câu trả lời sai.* x = 5 là nghiệm của bất phương trình

(A) $10x - 20 > 10$ (B) $\frac{2}{3}x - \frac{1}{3} < 0$

(C) $\frac{1}{2}x + \frac{5}{2} > 1$ (D) $4x + 3 < 25$.

9. *Chọn câu trả lời đúng.* Biểu diễn tập nghiệm của bất phương trình x ≥ -2 trên trục số như sau :

(A) -2 0 (B) -2 0

(C) -2 0 (D) -2 0

10. *Chọn câu trả lời đúng.* Tập nghiệm của bất phương trình x + 10 ≥ 8 là:

(A) $\{x \mid x \ge 18\}$ (B) $\{x \mid x \le 18\}$ (C) $\{x \mid x \ge -2\}$ (D) $\{x \mid x \le -2\}$.

11. *Chọn câu trả lời đúng.* Bất phương trình 2x + 3 > –5 có tập nghiệm là:

(A) $\{x \mid x > -1\}$ (B) $\{x \mid x > -8\}$ (C) $\{x \mid x > -4\}$ (D) $\{x \mid x > -2\}$.

12. *Chọn câu trả lời đúng.* Bất phương trình 2x + 3 < 2(x + 1) có nghiệm là :

(A) Vô nghiệm (B) Vô số nghiệm. (C) $x > \frac{1}{2}$ (D) $x < \frac{3}{2}$.

13. *Chọn câu trả lời đúng.* Cho x > 5 và (a – b)x > 5(a – b) thì :

(A) a > b (B) a < b (C) a ≥ b (D) a ≤ b.

14. *Chọn câu trả lời đúng.* Hình biểu diễn tập nghiệm của bất phương trình $3 - \frac{1}{4}x < 2$ là :

(A) 3 (B) 4

(C) 4 (D) 3

15. *Chọn câu trả lời đúng.* Bất phương trình 0,5(x + 1) + 2 > x + 3 có nghiệm là :

(A) x < 0,5 (B) x > 2 (C) x > 1,5 (D) x < –1.

16. *Chọn câu trả lời đúng.* Bất phương trình 6x – 2(x + 3) < 12x – (3 – 4x) có nghiệm là :

(A) $x > \frac{1}{3}$ (B) $x < \frac{1}{2}$ (C) $x > -\frac{1}{4}$ (D) $x < -\frac{3}{4}$.

17. *Chọn câu trả lời đúng.* Bất phương trình $\frac{4x+5}{3} + \frac{2x+3}{4} < 4 - \frac{4x}{3}$ có nghiệm là :

(A) $x < \frac{4}{3}$ (B) $x < \frac{2}{3}$ (C) $x < \frac{5}{3}$ (D) $x < \frac{1}{2}$.

18. *Chọn câu trả lời đúng.* Bất phương trình :

$$\frac{0,2x+8}{4} - \frac{0,3x+7}{5} \le \frac{0,4x+6}{6} - \frac{0,5x+3}{3}$$ có tập nghiệm là :

(A) $\left\{x \middle| x \ge \frac{20}{3}\right\}$ (B) $\left\{x \middle| x \le \frac{-2}{3}\right\}$ (C) $\left\{x \middle| x \le -\frac{20}{3}\right\}$ (D) $\left\{x \middle| x \ge \frac{2}{3}\right\}$.

19. *Chọn câu trả lời đúng.* Cho $B = x + 5 - |2x + 5|$. Giá trị của B khi $x < -\frac{5}{2}$ là :

(A) $3x + 10$ (B) $-x$ (C) $3x$ (D) $-x + 10$.

20. *Chọn câu trả lời đúng.* Cho $N = |x + 3| + 2x - 7$. Giá trị của N khi $x < -3$ là :

(A) $3x - 4$ (B) $x - 10$ (C) $-x - 4$ (D) $3x - 10$.

21. *Chọn câu trả lời đúng.* Cho $A = |2x - 3| - |4x - 6|$. Giá trị của A khi $x < \frac{3}{2}$ là :

(A) $-2x - 9$ (B) $2x - 3$ (C) $4x - 6$ (D) $6x - 9$.

22. *Chọn câu trả lời đúng.* Tập nghiệm của phương trình $|2x| = x + 2$ là :

(A) $S = \left\{-\frac{2}{3} ; 2\right\}$ (B) $S = \{2\}$ (C) $S = \left\{-\frac{2}{3}\right\}$ (D) $S = \varnothing$.

23. *Chọn câu trả lời đúng.* Tập nghiệm của phương trình $|x - 3| + 2x - 3 = 0$ là :

(A) $S = \{0 ; 3\}$ (B) $S = \{0 ; 2\}$ (C) $S = \{0\}$ (D) $S = \{2\}$.

24. *Chọn câu trả lời đúng.* Tập nghiệm của phương trình $|2x - 1| + 5x = 4$ là :

(A) $\varnothing$ (B) $\left\{\frac{5}{7} ; 1\right\}$ (C) $\{1\}$ (D) $\left\{\frac{5}{7}\right\}$.

25. *Chọn câu trả lời đúng.* Tập nghiệm của phương trình $|-6x - 5| = 3x - 7$ là :

(A) $S = \mathbb{R}$ (B) $S = \varnothing$ (C) $S = \left\{\frac{2}{9} ; -4\right\}$ (D) $S = \left\{-\frac{2}{9} ; 4\right\}$.

ĐÁP ÁN CÂU HỎI TRẮC NGHIỆM CHƯƠNG IV

1. *Chọn câu C.*

2. Từ $m > n \Rightarrow m + 10 > n + 10$ mà $12 > 10 \Rightarrow m + 12 > n + 10$. *Chọn câu D.*

3. Ta có $8 > 4 \Rightarrow 8x > 4x$ (sai nếu $x \le 0$)

$4x > 8x$ (sai nếu $x \ge 0$)

$8x^2 > 4x^2$ (sai nếu $x = 0$)

$8 + x > 4 + x$ (đúng với mọi giá trị của x). *Chọn câu D.*

4. Ta có : $(x - yz)^2 \ge 0 \ \forall x, y, z$

$\Leftrightarrow \quad x^2 - 2xyz + (yz)^2 \ge 0 \Leftrightarrow x^2 + y^2z^2 \ge 2xyz$. *Chọn câu C.*

5. Ta có : $\dfrac{a}{b} - \dfrac{a+c}{b+c} = \dfrac{a(b+c) - b(a+c)}{b(b+c)} = \dfrac{ab + ac - ab - bc}{b(b+c)} = \dfrac{c(a-b)}{b(b+c)}$

Mà $b > 0, c > 0 \Rightarrow b + c > 0$

$$a > b \Rightarrow a - b > 0 \Rightarrow \frac{c(a-b)}{b(b+c)} > 0 \Rightarrow \frac{a}{b} - \frac{a+c}{b+c} > 0 \Rightarrow \frac{a}{b} > \frac{a+c}{b+c}.$$

Chọn câu A.

6. Ta có : $x^2 - xy + y^2 = x^2 - 2.x.\dfrac{y}{2} + \dfrac{y^2}{4} + \dfrac{3y^2}{4} = \left(x - \dfrac{y}{2}\right)^2 + \dfrac{3y^2}{4}$

Vì $\left(x - \dfrac{y}{2}\right)^2 \ge 0$; $y^2 \ge 0 \Rightarrow \dfrac{3y^2}{4} \ge 0$. Suy ra $\left(x - \dfrac{y}{2}\right)^2 + \dfrac{3y^2}{4} \ge 0$

Chọn câu D.

7. Thay $x = 3$ vào các bất phương trình ta được :

$2.3 + 1 < 3$ (sai) $\qquad -4.3 + 3 > 6$ (sai)

$3.3 + 4 < 7$ (sai) $\qquad -3 + 5 > 0$ (đúng)

Chọn câu D.

8. Thay $x = 5$ vào các bất phương trình ta được :

- $10.5 - 20 > 10$ (đúng)
- $\dfrac{2}{3}.5 - \dfrac{1}{3} < 0$ (sai)
- $\dfrac{1}{2}.5 + \dfrac{5}{2} > 1$ (đúng)
- $4.5 + 3 < 25$ (đúng).

Chọn câu B.

9. *Chọn câu C.*

10. $x + 10 \ge 8 \Leftrightarrow x \ge 8 - 10 \Leftrightarrow x \ge -2$. *Chọn câu C.*

11. $2x + 3 > -5 \Leftrightarrow 2x > -3 - 5 \Leftrightarrow 2x > -8 \Leftrightarrow x > -4$. *Chọn câu C.*

12. $2x + 3 < 2(x + 1) \Leftrightarrow 2x + 3 < 2x + 2 \Leftrightarrow 2x + 3 - 2x - 2 < 0 \Leftrightarrow 1 < 0$ (sai).

Chọn câu A.

13. Ta có : $x > 5 \Rightarrow (a - b)x > 5(a - b)$ thì $a - b$ phải là số dương (không thể bằng 0 hay là số âm được). Tức là $a - b > 0 \Rightarrow a > b$. *Chọn câu A.*

14. $3 - \frac{1}{4}x < 2 \Leftrightarrow -\frac{1}{4}x < 2 - 3 \Leftrightarrow -\frac{1}{4}x < -1 \Leftrightarrow x > 4$. *Chọn câu B.*

15. $0,5(x + 1) + 2 > x + 3 \Leftrightarrow 0,5x + 0,5 + 2 > x + 3$

$$\Leftrightarrow 0,5x - x > 3 - 2,5 \Leftrightarrow -0,5x > 0,5 \Leftrightarrow x < -1.$$

Chọn câu D.

16. $6x - 2(x + 3) < 12x - (3 - 4x)$

$\Leftrightarrow 6x - 2x - 6 < 12x - 3 + 4x \Leftrightarrow 4x - 6 < 16x - 3$

$\Leftrightarrow 4x - 16x < -3 + 6 \Leftrightarrow -12x < 3 \Leftrightarrow x > -\frac{1}{4}$. *Chọn câu C.*

17. $\frac{4x+5}{3} + \frac{2x+3}{4} < 4 - \frac{4x}{3} \Leftrightarrow 4(4x + 5) + 3(2x + 3) < 4.12 - 4.4x$

$\Leftrightarrow 16x + 20 + 6x + 9 < 48 - 16x \Leftrightarrow 22x + 16x < 48 - 29$

$\Leftrightarrow 38x < 19 \Leftrightarrow x < \frac{1}{2}$. *Chọn câu D.*

18. $\frac{0,2x+8}{4} - \frac{0,3x+7}{5} \le \frac{0,4x+6}{6} - \frac{0,5x+3}{3}$ (1). BCNN (4, 5, 6, 3) = 60

(1) $\Leftrightarrow 15(0,2x + 8) - 12(0,3x + 7) \le 10(0,4x + 6) - 20(0,5x + 3)$

$\Leftrightarrow 3x + 120 - 3,6x - 84 \le 4x + 60 - 10x - 60$

$\Leftrightarrow -0,6x + 36 \le -6x \Leftrightarrow -0,6x + 6x \le -36$

$\Leftrightarrow 5,4x \le -36 \Leftrightarrow x \le -\frac{36}{5,4} = -\frac{20}{3}$. *Chọn câu C.*

19. $x + 5 - |2x + 5| = x + 5 - [-(2x + 5)]$ với $x < -\frac{5}{2}$

$$= x + 5 + 2x + 5 = 3x + 10. \text{ Chọn câu A.}$$

20. Khi $x < -3$ thì $|x + 3| = -(x + 3)$

$\Rightarrow |x + 3| + 2x - 7 = -x - 3 + 2x - 7 = x - 10$. *Chọn câu B.*

21. $x < \frac{3}{2}$ thì $|2x - 3| = -(2x - 3)$; $|4x - 6| = -(4x - 6)$

$\Rightarrow |2x - 3| - |4x - 6| = -(2x - 3) - [-(4x - 6)] = -2x + 3 + 4x - 6 = 2x - 3$.

Chọn câu B.

22. Khi $2x \ge 0 \Leftrightarrow x \ge 0$, phương trình trở thành $2x = x + 2 \Leftrightarrow x = 2$ (thoả $x \ge 0$)

Khi $2x < 0 \Leftrightarrow x < 0$, phương trình trở thành $-2x = x + 2 \Leftrightarrow x = -\frac{2}{3}$ (thoả $x < 0$).

Vậy phương trình có hai nghiệm $x = 2$; $x = -\frac{2}{3}$. *Chọn câu A.*

23. $|x - 3| + 2x - 3 = 0 \Leftrightarrow |x - 3| = 3 - 2x$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x - 3 = 3 - 2x & \text{khi } x \ge 3 \\ (x - 3) = 3 - 2x & \text{khi } x < 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 3x = 6 & \text{khi } x \ge 3 \\ x = 0 & \text{khi } x < 3 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 & \text{khi } x \ge 3 \text{ (loại)} \\ x = 0 & \text{khi } x < 3 \text{ (nhận)} \end{cases}$$. *Chọn câu C.*

24. $|2x - 1| + 5x = 4 \Leftrightarrow \begin{cases} 2x - 1 + 5x = 4 & \text{khi } 2x - 1 \ge 0 \\ -(2x - 1) + 5x = 4 & \text{khi } 2x - 1 < 0 \end{cases}$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 7x = 5 & \text{khi } x \ge \frac{1}{2} \\ 3x = 3 & \text{khi } x < \frac{1}{2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{5}{7} & \text{khi } x \ge \frac{1}{2} & \text{(nhận)} \\ x = 1 & \text{khi } x < \frac{1}{2} & \text{(loại)} \end{cases}$$

Chọn câu D.

25. $|-6x - 5| = 3x - 7 \Leftrightarrow \begin{cases} -6x - 5 = 3x - 7 & \text{khi } -6x - 5 \ge 0 \\ -(-6x - 5) = 3x - 7 & \text{khi } -6x - 5 < 0 \end{cases}$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} -9x = -2 & \text{khi } x \le -\frac{5}{6} \\ 3x = -12 & \text{khi } x > -\frac{5}{6} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{2}{9} & \text{khi } x \le -\frac{5}{6} & \text{(loại)} \\ x = -4 & \text{khi } x > -\frac{5}{6} & \text{(loại)} \end{cases}$$

Chọn câu B.

PHẦN HÌNH HỌC

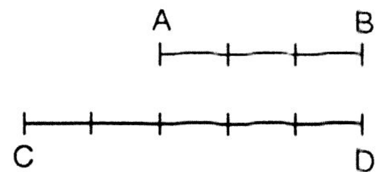
Chương III.

TAM GIÁC ĐỒNG DẠNG

§1. ĐỊNH LÍ TA-LÉT TRONG TAM GIÁC

I. KIẾN THỨC CƠ BẢN

1. Tỉ số của hai đoạn thẳng:



a) Định nghĩa: Tỉ số của hai đoạn thẳng là *tỉ số độ dài* của chúng theo *cùng một đơn vị đo.*

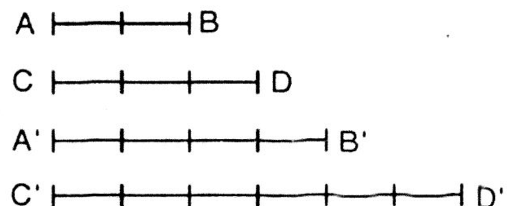
Tỉ số hai đoạn thẳng AB và CD được kí hiệu là $\frac{AB}{CD}$.

b) Chú ý: Tỉ số của hai đoạn thẳng không phụ thuộc vào cách chọn đơn vị đo.

2. Đoạn thẳng tỉ lệ:

Định nghĩa: Hai đoạn thẳng AB và CD được gọi là tỉ lệ với hai đoạn thẳng A′B′ và C′D′ nếu có tỉ lệ thức:

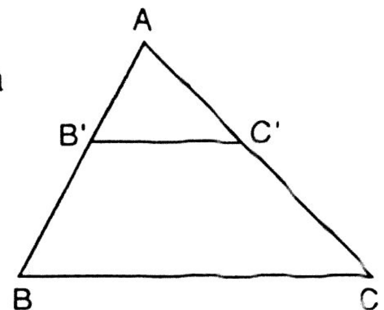
$$\frac{AB}{CD} = \frac{A'B'}{C'D'} \text{ hay } \frac{AB}{A'B'} = \frac{CD}{C'D'}$$



3. Định lí Ta-lét trong tam giác:

Định lí Ta-lét: (Thừa nhận – không chứng minh)

Nếu một đường thẳng song song với một cạnh của tam giác và cắt hai cạnh còn lại thì nó định ra trên hai cạnh đó những đoạn thẳng tương ứng tỉ lệ.



GT	$\Delta ABC : B'C' // BC \ (B' \in AB; C' \in AC)$
KL	$\frac{AB'}{AB} = \frac{AC'}{AC}; \frac{AB'}{B'B} = \frac{AC'}{C'C}; \frac{B'B}{AB} = \frac{C'C}{AC}$

II. BÀI TẬP

A. Bài tập mẫu

Gọi M là điểm nằm trên đoạn thẳng AB sao cho $\frac{MA}{MB} = \frac{1}{2}$.

Tính các tỉ số $\frac{MA}{AB}$ và $\frac{MB}{AB}$.

Giải

Áp dụng tính chất của tỉ lệ thức và tính chất dãy tỉ số bằng nhau, ta có:

$$\frac{MA}{MB} = \frac{1}{2} \Rightarrow \frac{MA}{1} = \frac{MB}{2} = \frac{MA + MB}{1+2} = \frac{AB}{3}$$

Suy ra $\frac{MA}{AB} = \frac{1}{3}$ và $\frac{MB}{AB} = \frac{2}{3}$.

B. Bài tập giáo khoa cơ bản

1. Viết tỉ số của các cặp đoạn thẳng có độ dài như sau:

a) AB = 5cm và CD = 15cm;

b) EF = 48cm và GH = 16dm;

c) PQ = 1,2m và MN = 24cm

Giải

Hướng dẫn: Chú ý là hai đoạn thẳng phải có *cùng đơn vị đo* độ dài.

a) $\frac{AB}{CD} = \frac{5}{15} = \frac{1}{3}$

b) Ta có EF = 48cm; GH = 16dm = 160cm. Vậy $\frac{EF}{GH} = \frac{48}{160} = \frac{3}{10}$.

c) Ta có: PQ = 1,2m = 120cm; MN = 24cm. Vậy $\frac{PQ}{MN} = \frac{120}{24} = 5$.

2. Cho biết $\frac{AB}{CD} = \frac{3}{4}$ và CD = 12cm. Tính độ dài của AB.

Giải

Ta có: $\left.\begin{array}{l} \frac{AB}{CD} = \frac{3}{4} \\ \text{và } CD = 12cm \end{array}\right\} \Rightarrow \frac{AB}{12} = \frac{3}{4} \Rightarrow AB = \frac{3.12}{4} = 9$ (cm). Vậy AB = 9cm.

3. Cho biết độ dài của AB gấp 5 lần độ dài của CD và độ dài của A'B' gấp 12 lần độ dài của CD. Tính tỉ số của hai đoạn thẳng AB và A'B'.

Giải

Giả sử chọn CD làm đơn vị đo độ dài của AB và A'B'. Theo đề bài, ta có:

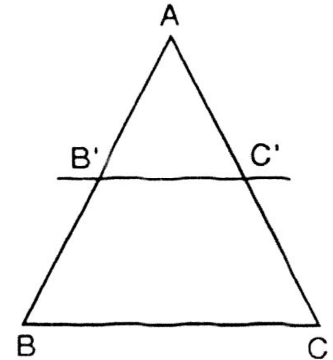
$$\frac{AB}{CD} = 5 \quad \Rightarrow AB = 5CD \qquad (1)$$

$$\frac{A'B'}{CD} = 12 \quad \Rightarrow A'B' = 12CD \qquad (2)$$

Từ (1) và (2) suy ra: $\frac{AB}{A'B'} = \frac{5CD}{12CD} = \frac{5}{12}$. Vậy $\frac{AB}{A'B'} = \frac{5}{12}$.

4. Cho biết $\frac{AB'}{AB} = \frac{AC'}{AC}$ (hình bên). Chứng minh rằng:

a) $\frac{AB'}{B'B} = \frac{AC'}{C'C}$; b) $\frac{BB'}{AB} = \frac{CC'}{AC}$.



Giải

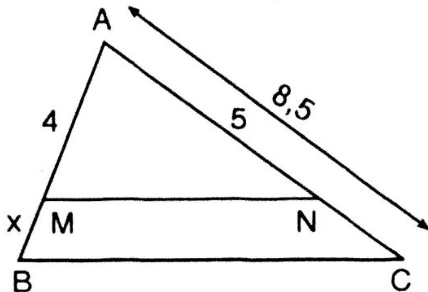
a) Theo giả thiết ta có: $\frac{AB'}{AB} = \frac{AC'}{AC}$.

Áp dụng tính chất tỉ lệ thức, ta có:

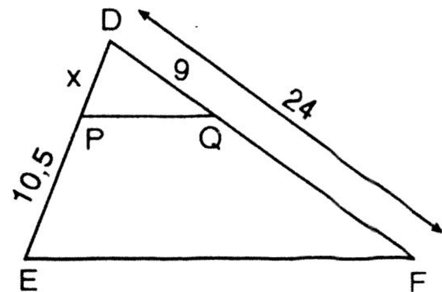
$$\frac{AB'}{AB} = \frac{AC'}{AC} \Leftrightarrow \frac{AB'}{AB - AB'} = \frac{AC'}{AC - AC'} \text{ hay } \frac{AB'}{BB'} = \frac{AC'}{CC'} \text{ (đpcm)}$$

b) $$\frac{AB'}{AB} = \frac{AC'}{AC} \Leftrightarrow \frac{AB - AB'}{AB} = \frac{AC - AC'}{AC} \text{ hay } \frac{BB'}{AB} = \frac{CC'}{AC} \text{ (đpcm)}$$

5. Tính x trong các trường hợp sau (hình dưới).



a) MN // BC



b) PQ // EF

Giải

a) Theo giả thiết MN // BC nên ta có: $\frac{AM}{MB} = \frac{AN}{NC}$ hay $\frac{AM}{MB} = \frac{AN}{AC - AN}$

Hay $\frac{4}{x} = \frac{5}{8,5 - 5} = \frac{5}{3,5} \Rightarrow x = \frac{4.3,5}{5} = 2,8$ (đơn vị độ dài)

Vậy x = 2,8 (đvđd).

b) Tương tự câu a) ta có: $\frac{x}{10,5} = \frac{9}{24-9} = \frac{9}{15} \Rightarrow x = \frac{9.10,5}{15} = 6,3$ (đvđd)

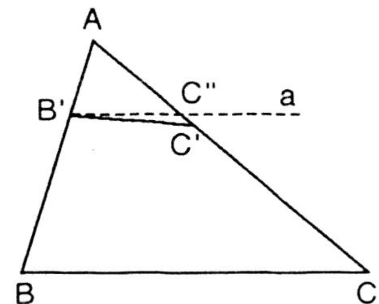
Vậy x = 6,3 (đvđd).

§2. ĐỊNH LÍ ĐẢO VÀ HỆ QUẢ CỦA ĐỊNH LÍ TA-LÉT

I. KIẾN THỨC CƠ BẢN

1. Định lí đảo: Nếu một đường thẳng cắt hai cạnh của một tam giác và định ra trên hai cạnh này những đoạn thẳng tương ứng tỉ lệ thì đường thẳng đó song song với cạnh còn lại của tam giác.

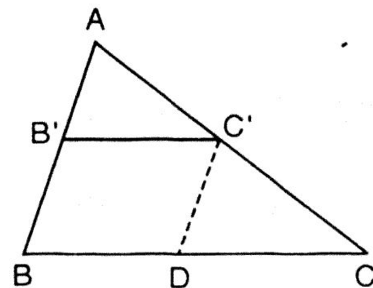
GT	$\Delta ABC; B' \in AB, C' \in AC, \frac{AB'}{B'B} = \frac{AC'}{C'C}$
KL	$B'C' // BC$



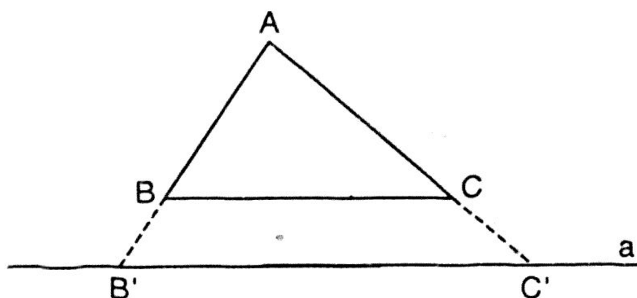
2. Hệ quả của định lí Ta-lét:

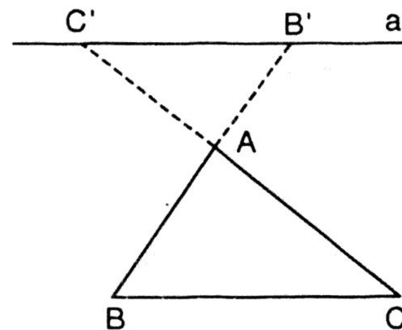
a) Hệ quả: Nếu một đường thẳng cắt hai cạnh của một tam giác và song song với cạnh còn lại thì nó tạo thành một tam giác mới có ba cạnh tương ứng tỉ lệ với ba cạnh của tam giác đã cho.

GT	$\Delta ABC; B'C' // BC;$ $B' \in AB; C' \in AC$
KL	$\frac{AB'}{AB} = \frac{AC'}{AC} = \frac{B'C}{BC}$



b) Chú ý: Hệ quả trên vẫn đúng cho trường hợp đoạn thẳng song song với một cạnh của tam giác và cắt phần kéo dài của hai cạnh còn lại (hình dưới): $\frac{AB'}{AB} = \frac{AC'}{AC} = \frac{B'C'}{BC}$



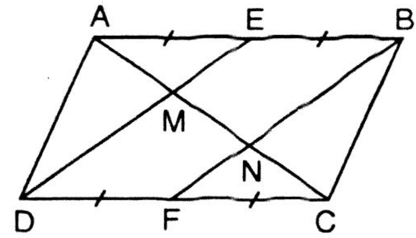


II. BÀI TẬP

A. Bài tập mẫu

Cho hình bình hành ABCD, E là trung điểm của cạnh AB, F là trung điểm của cạnh CD. Chứng minh rằng hai đoạn thẳng DE và BF chia đường chéo AC thành ba đoạn thẳng bằng nhau.

Giải



Gọi M và N lần lượt là giao điểm của DE và BF với đường chéo AC, ta chứng minh:

$$AM = MN = NC = \frac{AC}{3}$$

Thật vậy ta có: $AE = EB = \frac{AB}{2}$ và $CF = FD = \frac{CD}{2}$ (theo gt)

Mà: AB // CD (Tính chất cạnh của hình bình hành) $\Rightarrow$ EB // FD

Suy ra DEBF là hình bình hành có DE // BF.

Áp dụng định lí Ta-lét trong ΔABN và ΔCDM, ta có:

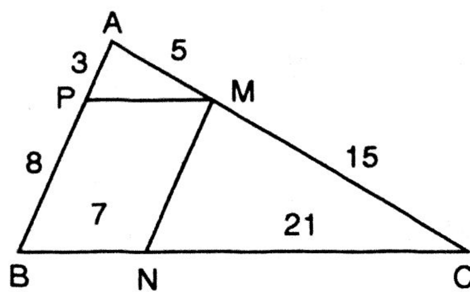
$$ME \parallel NB \Rightarrow \frac{AM}{MN} = \frac{AE}{EB} = 1 \Rightarrow AM = MN$$

$$NF \parallel MD \Rightarrow \frac{CN}{NM} = \frac{CF}{FD} = 1 \Rightarrow CN = NM$$

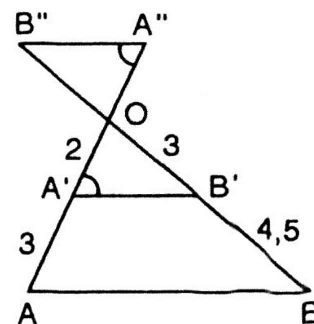
Suy ra: $AM = MN = NC = \frac{AC}{3}$.

B. Bài tập giáo khoa cơ bản

6. Tìm các cặp đường thẳng song song trong hình dưới và giải thích vì sao chúng song song.



a)



b)

Giải

* Hình a) : Xét ΔABC, ta có: $\frac{15}{5} = \frac{21}{7}$ hay $\frac{CM}{MA} = \frac{CN}{NB}$

Theo định lí Ta-lét đảo, ta suy ra: MN //AB

* Cũng trong ΔABC, ta có: $\frac{AP}{PB} = \frac{3}{8}$; $\frac{AM}{MC} = \frac{5}{15}$

Mà $\frac{3}{8} \neq \frac{5}{15}$ nên $\frac{AP}{PB} \neq \frac{AM}{MC}$

Suy ra PM và BC không song song với nhau.

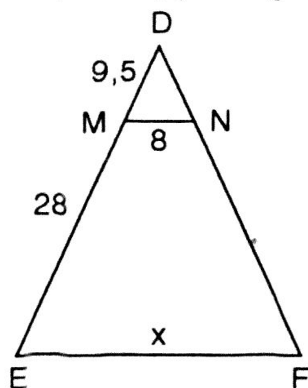
* Hình b) : Xét tương tự câu a) ta có: $\frac{OA'}{AA'} = \frac{OB'}{BB'}$ (vì $\frac{2}{3} = \frac{3}{4,5}$)

Suy ra A'B' // AB (1)

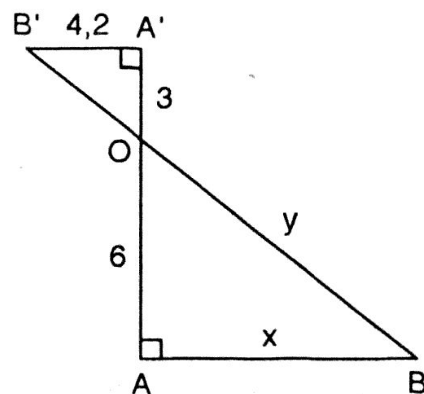
* Theo hình vẽ ta có: $\left.\begin{array}{l}\widehat{A'} = \widehat{A''}\\ \widehat{A'} \text{ so le trong với } \widehat{A''}\end{array}\right\} \Rightarrow A'B' \,//\, A''B''$ (2)

Từ (1) và (2) suy ra: AB // A'B' // A"B".

7. Tính các độ dài x, y trong hình dưới.



a) MN // EF



b)

Giải

* Hình a) : Trong ΔDEF ta có: MN // EF (gt)

$$\Rightarrow \frac{DM}{DE} = \frac{MN}{EF} \Leftrightarrow \frac{9,5}{37,5} = \frac{8}{x} \Rightarrow x = \frac{8 \times 37,5}{9,5} = 31,58$$

* Hình b) : Ta có A'B' // AB (vì cùng vuông góc với AA')

$$\Rightarrow \frac{OB'}{OB} = \frac{OA'}{OA} \Leftrightarrow \frac{OB'}{y} = \frac{3}{6} \quad (3)$$

Vì $\Delta OA'B'$ vuông tại A' nên ta có:

$$OB'^2 = OA'^2 + A'B'^2 = 3^2 + 4,2^2 = 26,64 \Rightarrow OB' = 5,16$$

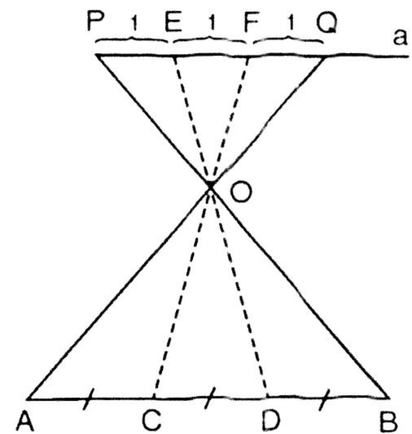
Thay vào (3), ta có: $\frac{5,16}{y} = \frac{3}{6} \Rightarrow y = \frac{5,16 \times 6}{3} = 10,32$

* Tương tự, ta có: $\frac{4,2}{x} = \frac{3}{6} \Rightarrow x = \frac{4,2 \times 6}{3} = 8,4$

8. a) Để chia đoạn thẳng AB thành ba đoạn thẳng bằng nhau, nghiệm ta đã làm như hình vẽ.

Hãy mô tả cách làm trên và giải thích vì sao các đoạn thẳng AC, CD, DB bằng nhau?

b) Bằng cách làm tương tự, hãy chia đoạn thẳng AB cho trước thành 5 đoạn bằng nhau. Hỏi có cách nào khác với cách làm như trên mà vẫn có thể chia đoạn thẳng AB cho trước thành 5 đoạn bằng nhau.



Giải

a) Kẻ đường thẳng a song song với AB. Từ điểm P bất kì trên a, lấy các đoạn thẳng liên tiếp bằng nhau PE = EF = FQ = 1 (đơn vị độ dài).

Vẽ các đoạn thẳng PB, QA. Các đoạn thẳng này cắt nhau tại O. Vẽ các đoạn thẳng FO, EO cắt AB ở C và D.

Áp dụng hệ quả của định lí Ta-lét ta được:

$$\frac{PE}{BD} = \frac{EF}{DC} = \frac{FQ}{CA} \text{ (vì đều bằng } \frac{OP}{OB} \text{ hay } \frac{OQ}{OA}\text{)}$$

Theo cách dựng PE = EF = FQ. Từ đó suy ra AC = CD = DB.

b) Chia đoạn thẳng AB cho trước thành 5 đoạn bằng nhau.

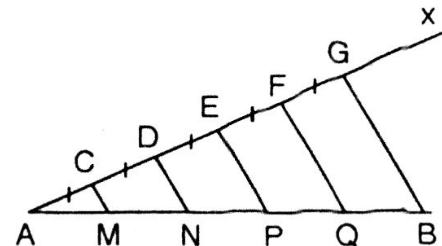
* Cách 1: làm như câu a).
* Cách 2: Từ A kẻ thêm đường thẳng Ax (không trùng với AB), trên đó ta lấy 5 đoạn thẳng liên tiếp bằng nhau:

AC = CD = DE = EF = FQ

– Kẻ đường thẳng GB. Rồi từ các điểm C, D, E, F kẻ các đường thẳng song song với GB, chúng cắt AB tại các điểm tương ứng M, N, P, Q ta được: AM = MN = NP = PQ = QB

Dựa vào tính chất đường trung bình trong tam giác và đường trung bình trong hình thang ta chứng minh được:

AM = MN = NP = PQ = QB.



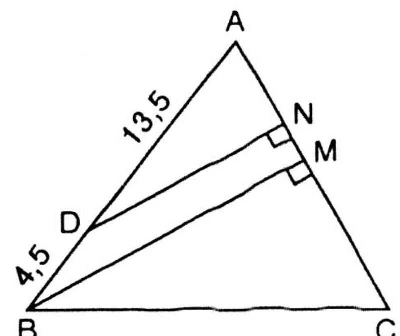
9. Cho tam giác ABC vẽ điểm D trên cạnh AB sao cho AD = 13,5cm, DB = 4,5cm. Tính tỉ số các khoảng cách từ các điểm D và B đến cạnh AC.

Giải

Từ B và D trên cạnh AB của ΔABC hạ các đường vuông góc BM, DN với AC, ta có:

BM // DN (vì cùng vuông góc với AC)

Áp dụng định lí Talét trong ΔABM, ta có: $\frac{AD}{AB} = \frac{DN}{BM}$

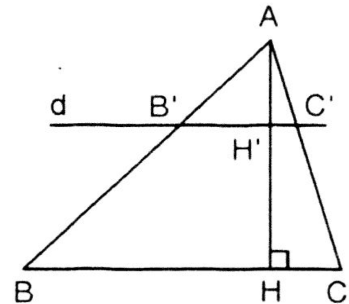


$$\Rightarrow \frac{DN}{BM} = \frac{AD}{DB + AD} = \frac{13,5}{13,5 + 4,5} = 0,75$$

Vậy tỉ số khoảng cách từ các điểm D và B đến cạnh AC là: $\frac{DN}{BM} = 0,75$

Luyện tập

10. Tam giác ABC có đường cao AH. Đường thẳng d song song với BC cắt các cạnh AB, AC và đường cao AH theo thứ tự tại các điểm B′, C′ và H′ (hình bên).



a) Chứng minh rằng: $\frac{AH'}{AH} = \frac{B'C'}{BC}$

b) Áp dụng: Cho biết $AH' = \frac{1}{3}AH$ và diện tích tam giác ABC là $67,5cm^2$.

Tính diện tích tam giác AB′C′.

Giải

a) Vì B′C′ // BC (gt), áp dụng hệ quả của định lí Ta-lét và tính chất của dãy tỉ số bằng nhau, ta có:

$$\frac{AH'}{AH} = \frac{B'H'}{BH} = \frac{H'C'}{HC} = \frac{B'H' + H'C'}{BH + HC} = \frac{B'C'}{BC}$$

Vậy $\frac{AH'}{AH} = \frac{B'C'}{BC}$.

b) Từ giả thiết $AH' = \frac{1}{3}AH$, ta có: $\frac{AH'}{AH} = \frac{1}{3}$. Suy ra $\frac{B'C'}{BC} = \frac{1}{3}$

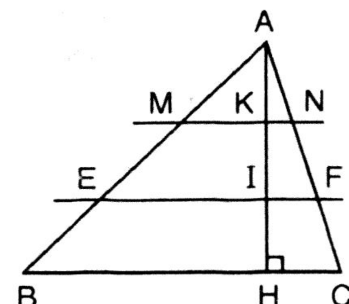
Gọi S và S′ là diện tích của ΔABC và ΔAB′C′, ta có:

$$\frac{S'}{S} = \frac{\frac{1}{2}AH'.B'C'}{\frac{1}{2}AH.BC} = \frac{AH'}{AH}.\frac{B'C'}{BC} = \left(\frac{AH'}{AH}\right)^2 = \left(\frac{1}{3}\right)^2 = \frac{1}{9}$$

Từ đó suy ra $S' = \frac{1}{9}.S = \frac{1}{9}.67,5 = 7,5\ (cm^2)$

Vậy diện tích ΔAB′C′ là $7,5cm^2$.

11. Tam giác ABC có BC = 15cm. Trên đường cao AH lấy các điểm I, K sao cho AK = KI = IH. Qua I và K vẽ các đường EF // BC, MN // BC (hình bên).



a) Tính độ dài các đoạn thẳng MN và EF.

b) Tính diện tích tứ giác MNFE, biết rằng diện tích của tam giác ABC là $270cm^2$.

Giải

a) – Vì MN // BC nên ta có: $\frac{MN}{BC} = \frac{AK}{AH} = \frac{1}{3} \Rightarrow MN = \frac{1}{3}BC = \frac{1}{3}.15 = 5$ (cm)

– Vì EF // BC nên ta có: $\frac{EF}{BC} = \frac{AI}{AH} = \frac{2}{3} \Rightarrow EF = \frac{2}{3}BC = \frac{2}{3}.15 = 10$ (cm)

b) Gọi S_1, S_2 và S lần lượt là diện tích các tam giác AMN, AEF và ABC.

Áp dụng kết quả câu b) của bài 10, ta có:

$$\frac{S_1}{S} = \left(\frac{AK}{AH}\right)^2 = \left(\frac{1}{3}\right)^2 = \frac{1}{9} \Rightarrow S_1 = \frac{1}{9}S$$

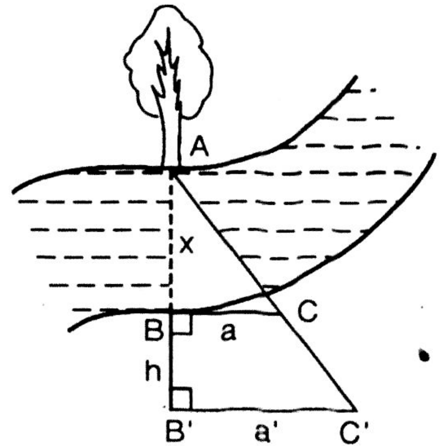
Và $$\frac{S_2}{S} = \left(\frac{AI}{AH}\right)^2 = \left(\frac{2}{3}\right)^2 = \frac{4}{9} \Rightarrow S_2 = \frac{4}{9}S.$$

Ta có: $S_{MNFE} = S_2 - S_1 = \frac{4}{9}S - \frac{1}{9}S = (\frac{4}{9} - \frac{1}{9})S = \frac{3}{9}S = \frac{1}{3}S = \frac{1}{3}.270 = 90\ (cm^2)$

Vậy $S_{MNFE} = 90\ cm^2$.

12. Có thể đo được chiều rộng của một con sông mà không cần phải sang bờ bên kia hay không?

Người ta tiến hành đo đạc các yếu tố hình học cần thiết để tính chiều rộng của con sông mà không cần phải sang bờ sông bên kia (hình bên). Nhìn hình vẽ đã cho, hãy mô tả những công việc cần làm và tính khoảng cách AB = x theo BC = a, B′C′ = a′, BB′ = h.



Giải

- Xác định 3 điểm A, B, B′ sao cho chúng thẳng hàng.
- Từ B và B′ vẽ BC ⊥ AB; B′C′ ⊥ A′B′ sao cho ba điểm A, C, C′ thẳng hàng.
- Đo các khoảng cách BB′ = h; BC = a; B′C′ = a′.

  Áp dụng hệ quả định lí Ta-lét ta có:

  $$\frac{AB}{AB'} = \frac{BC}{B'C'} \text{ hay } \frac{x}{x+h} = \frac{a}{a'}$$

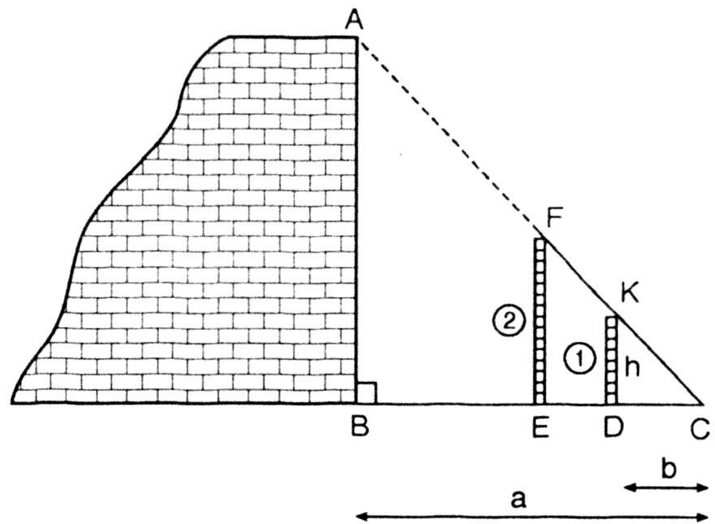
  hay $$\frac{x}{x+h-x} = \frac{a}{a'-a} \text{ hay } \frac{x}{h} = \frac{a}{a'-a}$$

  Suy ra $x = \frac{a.h}{a'-a}$

13. Có thể đo gián tiếp chiều cao của một bức tường khá cao bằng dụng cụ đơn giản được không?

Hình bên thể hiện cách đo chiều cao AB của một bức tường bằng các dụng cụ đơn giản gồm:

Hai cọc thẳng đứng (cọc ① cố định; cọc ② có thể di động được) và sợi dây FC.



Cọc ① có chiều cao DK = h. Các khoảng cách BC = a, DC = b đo được bằng thước dây thông dụng.

a) Em hãy cho biết người ta tiến hành đo đạc như thế nào.

b) Tính chiều cao AB theo h, a, b.

Giải

a) Đo chiều cao bức tường bằng cách xác định điểm C trên mặt đất.

- Cắm cọc ① cố định và vuông góc với mặt đất. Cọc ① có chiều cao là h.
- Điều chỉnh cọc ② lên (xuống) sao cho hai đầu cọc F và K và điểm A thẳng hàng.
- Xác định điểm C trên mặt đất sao cho F, K, C thẳng hàng (bằng cách dùng dây căng thẳng theo đường thẳng FK cho đến khi chạm đất).
- Từ C đo các đoạn thẳng BC = a, DC = b (D và E là chân các cọc thẳng hàng với BC)

b) Áp dụng định lí Ta-lét trong ΔABC, ta có: $\frac{DK}{AB} = \frac{DC}{BC}$ hay $\frac{h}{AB} = \frac{b}{a}$.

Suy ra $AB = \frac{ah}{b}$.

14. Cho ba đoạn thẳng có độ dài là m, n, p (cùng đơn vị đo). Dựng đoạn thẳng có độ dài x sao cho:

a) $\frac{x}{m} = 2$;   b) $\frac{x}{n} = \frac{2}{3}$;   c) $\frac{m}{x} = \frac{n}{p}$.

* *Hướng dẫn*: Câu b): – Vẽ tia Ox, Oy.

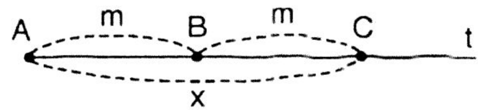
– Trên tia Ox đặt đoạn thẳng OA = 2 đơn vị, OB = 3 đơn vị.

– Trên tia Oy đặt đoạn thẳng OB′ = n và xác định điểm A′ sao cho: $\frac{OA}{OB} = \frac{OA'}{OB'}$

– Từ đó ta có OA′ = x.

Giải

a) Dựng đoạn thẳng x sao cho: $\frac{x}{m} = 2$



* Cách dựng:

– Dựng tia At.

– Trên tia At dựng hai đoạn thẳng liên tiếp AB = BC = m

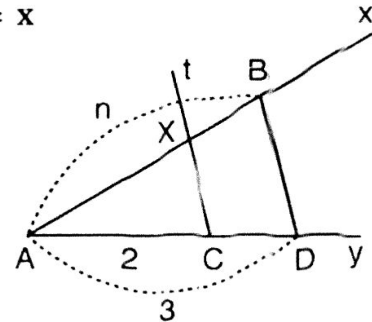
Đoạn thẳng AC là đoạn thẳng x cần dựng.

* Chứng minh: B nằm giữa hai điểm A và C nên:

$$AC = AB + BC = m + m = 2m$$

Do đó: $\frac{AC}{AB} = \frac{2m}{m} \Rightarrow \frac{AC}{m} = 2 \Rightarrow AC = 2m = x$

b) Dựng đoạn thẳng x sao cho: $\frac{x}{n} = \frac{2}{3}$



* Cách dựng:

– Dựng góc xAy bất kì.

– Trên tia Ax, lấy AB = n.

– Trên tia Ay, lấy AC = 2, AD = 3 (đơn vị đo độ dài tùy ý chọn)

– Nối BD, dựng Ct // BD, Ct cắt Ax ở X; AX là đoạn thẳng x cần dựng.

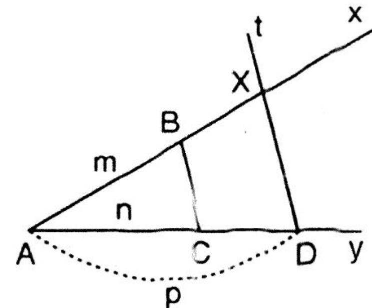
* Chứng minh: Ta có CX // BD (do X thuộc Ct và Ct // BD).

Áp dụng định lí Ta-lét trong ΔABD, ta được:

$$\frac{AX}{AB} = \frac{AC}{AD} \Rightarrow \frac{AX}{n} = \frac{2}{3}$$

Mặt khác: $\frac{x}{n} = \frac{2}{3}$ nên AX = x

c) Dựng đoạn thẳng x sao cho: $\frac{m}{x} = \frac{n}{p}$



* Cách dựng: Dựng góc xAy bất kì

– Trên tia Ax lấy AB = m

– Trên tia Ay lấy AC = n

AD = p

– Nối BC. Dựng Dt // BC, Dt cắt Ax tại X, AX là đoạn thẳng x cần dựng.

* Chứng minh: Ta có DX // BC (do X ∈ Dt và Dt // BC).

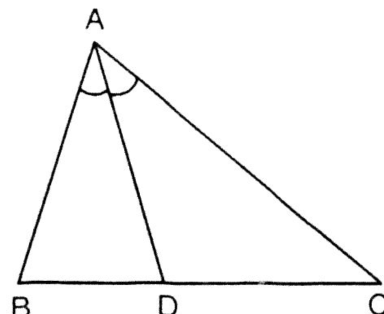
Áp dụng định lí Ta-lét trong ΔADX, ta được: $\frac{AB}{AX} = \frac{AC}{AD} \Rightarrow \frac{m}{AX} = \frac{n}{p}$

Mặt khác: $\frac{m}{x} = \frac{n}{p}$ (theo đề bài). Nên AX = x.

§3. TÍNH CHẤT ĐƯỜNG PHÂN GIÁC CỦA TAM GIÁC

I. KIẾN THỨC CƠ BẢN

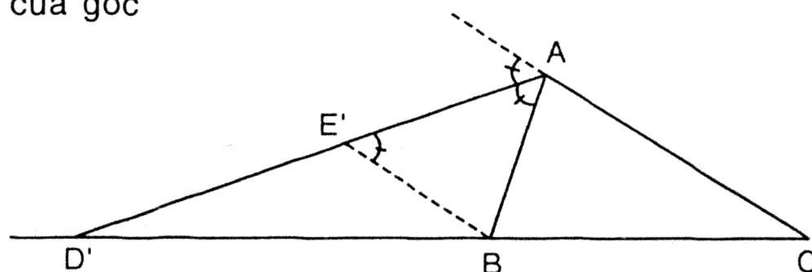
1. Định lí: Trong tam giác, đường phân giác của một góc chia cạnh đối diện thành hai đoạn thẳng tỉ lệ với hai cạnh kề hai đoạn ấy.



GT	ΔABC AD là tia phân giác của $\widehat{BAC}$ ($D \in BC$)
KL	$\frac{DB}{DC} = \frac{AB}{AC}$

2. Chú ý: Định lí trên vẫn đúng với đường phân giác của góc ngoài của tam giác.

Ví dụ: Cho ΔABC với AD′ là đường phân giác của góc ngoài đỉnh A của ΔABC.



Ta có: $\frac{D'B}{D'C} = \frac{AB}{AC}$ ($AB \neq AC$)

II. BÀI TẬP

A. Bài tập mẫu

Chứng minh rằng nếu một đường thẳng đi qua một đỉnh của một tam giác mà chia cạnh đối diện thành hai đoạn tỉ lệ với hai cạnh kề hai đoạn ấy thì nó là đường phân giác trong (hoặc ngoài) của góc tại đỉnh ấy.

Giải

a) Giả sử D là điểm chia trong của cạnh BC của ΔABC cho trước sao cho:

$$\frac{DB}{DC} = \frac{AB}{AC}$$

Ta đi chứng minh AD là đường phân giác trong của góc đỉnh A của ΔABC.

Qua B kẻ đường thẳng song song với cạnh AC cắt đường thẳng AD tại điểm E. Theo hệ quả của định lí Ta-lét trong ΔABC (có BE // AC), ta có:

$$\frac{BD}{DC} = \frac{BE}{AC} \text{ mà } \frac{DB}{DC} = \frac{AB}{AC} \text{ (theo gt)}$$

suy ra: $\frac{BE}{AC} = \frac{AB}{AC} \Rightarrow BE = AB \Rightarrow \Delta ABE$ cân tại B.

$$\Rightarrow \widehat{BAD} = \widehat{AEB}$$

Mặt khác: $\widehat{DAC} = \widehat{AEB}$ (hai góc so le trong do BE // AC)

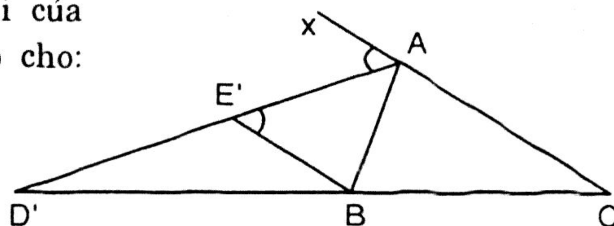
nên: $\widehat{BAD} = \widehat{DAC}$

Do AD là tia nằm giữa hai tia AB và AC (D là điểm chia trong của cạnh BC) nên: AD là đường phân giác trong của góc đỉnh A của ΔABC.

b) Giả sử điểm D′ là điểm chia ngoài của cạnh BC của ΔABC (AB < AC) sao cho:

$\frac{D'B}{D'C} = \frac{AB}{AC}$ (1)

Kẻ BE′ // AC (với $E' \in AD'$)



Theo hệ quả của định lí Ta-lét trong $\Delta D'AC$, ta có: $\frac{D'B}{D'C} = \frac{BE'}{AC}$ (2)

Từ (1) và (2) $\Rightarrow \frac{AB}{AC} = \frac{BE'}{AC} \Rightarrow AB = BE' \Rightarrow \Delta ABE'$ cân tại B

$$\Rightarrow \widehat{BAE'} = \widehat{BE'A}$$

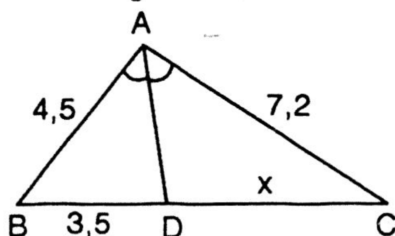
Mặt khác: $\widehat{E'Ax} = \widehat{BE'A}$ (hai góc so le trong do BE′ // AC).

Suy ra: $\widehat{BAE'} = \widehat{E'Ax}$

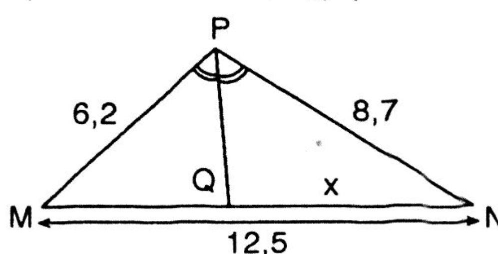
Do AD′ là tia nằm giữa hai tia AB và Ax (Ax là tia đối của tia AC và D là điểm chia ngoài của cạnh BC) nên AD′ là đường phân giác ngoài của góc đỉnh A của ΔABC.

B. Bài tập giáo khoa cơ bản

15. Tính x trong hình dưới và làm tròn kết quả đến chữ số thập phân thứ nhất.



a)



b)

Giải

* Hình a) : Vì AD là đường phân giác của góc BAC (gt), theo định lí về đường phân giác của tam giác ta có:

$$\frac{BD}{AB} = \frac{DC}{AC} \text{ hay } \frac{3,5}{4,5} = \frac{x}{7,2} \Leftrightarrow x = \frac{7,2.3,5}{4,5} = 5,6 \text{ (đvđd)}$$

Vậy x = 5,6 (đvđd).

* Hình b) : Vì PQ là đường phân giác của góc MPN (gt)

Và MQ = MN − NQ = 12,5 − x

Theo định lí về đường phân giác của tam giác, ta có: $\frac{MQ}{PM} = \frac{QN}{PN}$

hay $\frac{12,5 - x}{6,2} = \frac{x}{8,7} \Leftrightarrow 6,2x = 8,7(12,5 - x) \Leftrightarrow 6,2x = 8,7.12,5 - 8,7x$

$$\Leftrightarrow 14,9x = 8,7.12,5 \Leftrightarrow x = \frac{8,7.12,5}{14,9} = 7,3 \text{ (đvđd)}$$

Vậy x = 7,3 (đvđd).

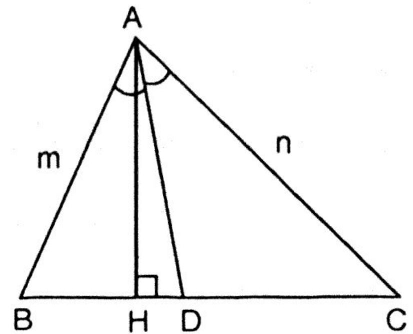
16. Tam giác ABC có độ dài các cạnh AB = m, AC = n và AD là đường phân giác. Chứng minh rằng tỉ số diện tích của tam giác ABD và diện tích của tam giác ACD bằng $\frac{m}{n}$.

Giải

Xét hai tam giác ABD và ACD có cùng đường cao AH, ta có:

$$S_{\Delta ABD} = \frac{1}{2}BD.AH \qquad (1)$$

Và $$S_{\Delta ACD} = \frac{1}{2}CD.AH \qquad (2)$$



Lấy (1) chia cho (2) ta có:

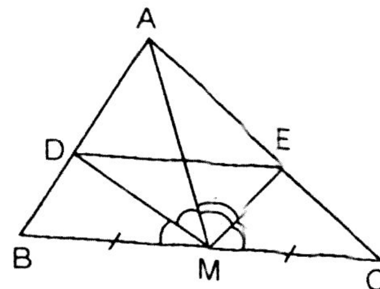
$$\frac{S_{\Delta ABD}}{S_{\Delta ACD}} = \frac{\frac{1}{2}BD.AH}{\frac{1}{2}CD.AH} = \frac{BD}{CD} \qquad (3)$$

Mà AD là đường phân giác của $\widehat{BAC}$ nên:

$$\frac{BD}{AB} = \frac{DC}{AC} \Leftrightarrow \frac{BD}{DC} = \frac{AB}{AC} \qquad (4)$$

Từ (3) và (4) ta suy ra: $\frac{S_{\Delta ABD}}{S_{\Delta ACD}} = \frac{AB}{AC} = \frac{m}{n}$ (đpcm)

17. Cho tam giác ABC với đường trung tuyến AM. Tia phân giác của góc AMB cắt cạnh AB ở D, tia phân giác của góc AMC cắt cạnh AC ở E. Chứng minh rằng DE // BC (hình bên).



Giải

Áp dụng tính chất đường phân giác vào hai tam giác AMB và AMC, ta có:

$$\left.\begin{array}{l}\dfrac{DA}{DB}=\dfrac{MA}{MB}\\ \dfrac{EA}{EC}=\dfrac{MA}{MC}\end{array}\right\}\text{ mà } MB = MC \text{ (gt)} \Leftrightarrow \dfrac{MA}{MB}=\dfrac{MA}{MC}$$

Suy ra: $\dfrac{DA}{DB}=\dfrac{EA}{EC}$.

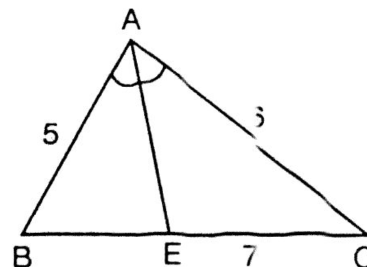
Theo định lí Ta-lét ta suy ra được DE // BC (đpcm).

Luyện tập

18. Tam giác ABC có AB = 5cm, AC = 6cm và BC = 7cm. Tia phân giác góc BAC cắt cạnh BC tại E. Tính các đoạn EB, EC.

Giải

a) Vì AE là đường phân giác của góc $\widehat{BAC}$, theo tính chất đường phân giác ta có:



$$\frac{EB}{EC}=\frac{AB}{AC}\Rightarrow\frac{EB}{EC+EB}=\frac{AB}{AC+AB}$$

$$\Rightarrow \frac{EB}{BC}=\frac{AB}{AC+AB}$$

$$\Rightarrow EB=\frac{AB.BC}{AC+AB}=\frac{5.7}{6+5}=\frac{35}{11}=3,18\text{ (cm)}$$

b) Ta có BE + EC = BC ⇒ EC = BC − BE = 7 − 3,18 = 3,82 (cm)

Vậy EB = 3,18cm và EC = 3,82cm.

19. Cho hình thang ABCD (AB // CD). Đường thẳng a song song với DC, cắt các cạnh AD và BC theo thứ tự tại E và F. Chứng minh rằng:

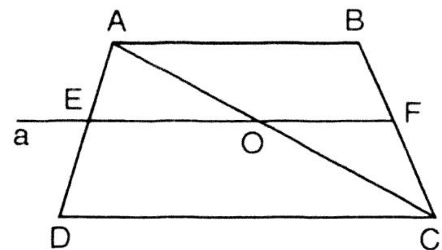
a) $\dfrac{AE}{ED}=\dfrac{BF}{FC}$;   b) $\dfrac{AE}{AD}=\dfrac{BF}{BC}$;   c) $\dfrac{DE}{DA}=\dfrac{CF}{CB}$.

Giải

a) Vẽ đường chéo AC, AC cắt EF tại O.

Áp dụng định lí Ta-lét đối với ΔADC và ΔCAB, ta có:

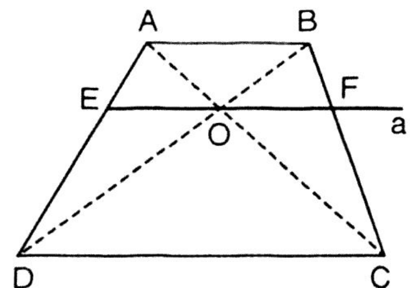
$$\left.\begin{array}{l}\dfrac{AE}{ED}=\dfrac{AO}{OC}\\ \text{và } \dfrac{BF}{FC}=\dfrac{AO}{OC}\end{array}\right\}\Rightarrow \dfrac{AE}{ED}=\dfrac{BF}{FC} \text{ (đpcm)}$$



b) $$\left.\begin{array}{l}\dfrac{AE}{AD}=\dfrac{AO}{AC}\\ \text{và } \dfrac{BF}{BC}=\dfrac{AO}{AC}\end{array}\right\}\Rightarrow \dfrac{AE}{AD}=\dfrac{BF}{BC} \text{ (đpcm)}$$

c) $$\left.\begin{array}{l}\dfrac{DE}{DA}=\dfrac{CO}{CA}\\ \text{và } \dfrac{CF}{CB}=\dfrac{CO}{CA}\end{array}\right\}\Rightarrow \dfrac{DE}{DA}=\dfrac{CF}{CB} \text{ (đpcm)}$$

20. Cho hình thang ABCD (AB // CD). Hai đường chéo AC và BP cắt nhau tại O. Đường thẳng a qua O và song song với đáy của hình thang cắt các cạnh bên AD, BC theo thứ tự tại E và F (hình bên). Chứng minh rằng OE = OF.



Giải

Xét hai tam giác ADC và BDC với giả thiết EF // DC, ta có:

$$\frac{EO}{DC}=\frac{AO}{AC}\ (1) \qquad \text{và} \qquad \frac{OF}{DC}=\frac{BO}{BD}\ (2)$$

Vì ABCD là hình thang, do đó AB // CD. Ta lại có:

$$\frac{OA}{OC}=\frac{OB}{OD}\Rightarrow \frac{OA}{OC+OA}=\frac{OB}{OD+OB} \text{ hay } \frac{OA}{AC}=\frac{OB}{BD}\ (3)$$

Từ (1), (2) và (3), ta suy ra: $\dfrac{EO}{DC}=\dfrac{OF}{DC}\Rightarrow EO = OF$ (đpcm).

(Hai phân số bằng nhau và có cùng mẫu số. Vậy tử số của chúng phải bằng nhau).

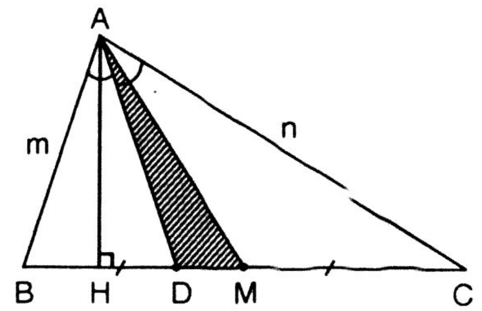
21. a) Cho tam giác ABC với đường trung tuyến AM và đường phân giác trong AD. Tính diện tích tam giác ADM, biết AB = m, AC = n, (n > m) và diện tích của tam giác ABC là S.

b) Khi cho n = 7cm, m = 3cm, hỏi rằng diện tích tam giác ADM chiếm bao nhiêu phần trăm diện tích tam giác ABC?

Giải

a) Gọi H là chân đường cao kẻ từ A đến BC.

Ta có: $BM = \dfrac{1}{2}BC$ (gt) (1)



AD là phân giác trong góc BAC nên:

$$\frac{DB}{AB} = \frac{DC}{AC} \Leftrightarrow DB = \frac{AB}{AC}.DC = \frac{m}{n}DC$$

Vì n > m nên $\frac{m}{n} < 1 \Rightarrow DB < DC$ (2)

Từ (1) và (2) D nằm giữa B và M.

Ta có: $S_{ABM} = \frac{1}{2}AH.BM = \frac{1}{4}AH.BC = \frac{1}{2}S_{ABC} = \frac{1}{2}S$ (3)

$$S_{ABD} = \frac{1}{2}AH.BD = \frac{1}{2}AH.\frac{m}{n}DC = \frac{m}{n}.\frac{1}{2}AH.DC = \frac{m}{n}.S_{ADC}$$

$$\Leftrightarrow \quad S_{ABD} = \frac{m}{n}(S_{ABC} - S_{ABD}) \Leftrightarrow S_{ABD} = \frac{m}{m+n}S_{ABC} = \frac{m}{m+n}S \quad (4)$$

Từ (3) và (4):

$$S_{ADM} = S_{ABM} - S_{ABD} = \frac{1}{2}S - \frac{m}{m+n}S = \frac{n-m}{2(n+m)}S$$

b) Khi n = 7cm, m = 3cm, ta có:

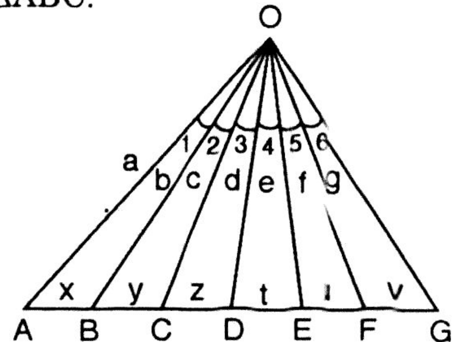
$$S_{ADM} = \frac{7-3}{2(7+3)}S = \frac{S}{5} = \frac{S.100\%}{5} = 20\%S$$

Vậy diện tích ΔADM bằng 20% diện tích ΔABC.

22. Đố. Hình bên cho biết có 6 góc bằng nhau:

$$\hat{O}_1 = \hat{O}_2 = \hat{O}_3 = \hat{O}_4 = \hat{O}_5 = \hat{O}_6$$

Kích thước các đoạn thẳng đã được ghi trên hình. Hãy thiết lập những tỉ lệ thức từ các kích thước đã cho.



Giải

Ta có 9 tam giác với các đường phân giác của nó. Áp dụng tính chất của đường phân giác trong từng tam giác, ta có:

– ΔAOC : $\frac{a}{c} = \frac{x}{y}$;

– ΔBOD : $\frac{b}{d} = \frac{y}{z}$;

– ΔCOE : $\frac{c}{e} = \frac{z}{t}$;

– ΔDOF : $\frac{d}{f} = \frac{t}{u}$;

– ΔEOG : $\frac{e}{g} = \frac{u}{v}$;

– ΔAOE : $\frac{a}{e} = \frac{x+y}{z+t}$;

– ΔAOG : $\frac{a}{g} = \frac{x+y+z}{t+u+v}$;

– ΔBOF : $\frac{b}{f} = \frac{y+z}{t+u}$.

– ΔCOG : $\frac{c}{g} = \frac{z+t}{u+v}$;

§4. KHÁI NIỆM HAI TAM GIÁC ĐỒNG DẠNG

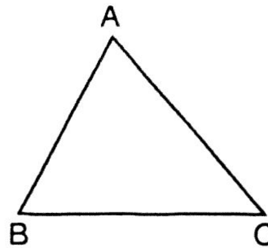
I. KIẾN THỨC CƠ BẢN

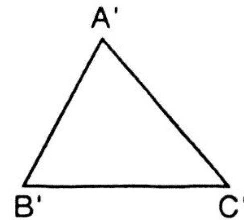
1. Định nghĩa: Tam giác A'B'C' gọi là đồng dạng với tam giác ABC nếu:

$\hat{A} = \widehat{A'}$; $\hat{B} = \widehat{B'}$; $\hat{C} = \widehat{C'}$

và $\frac{A'B'}{AB} = \frac{B'C'}{BC} = \frac{C'A'}{CA}$.

Kí hiệu: ΔA'B'C' ∽ ΔABC.





2. Tính chất:

– Tính chất 1: Mỗi tam giác đồng dạng với chính nó.

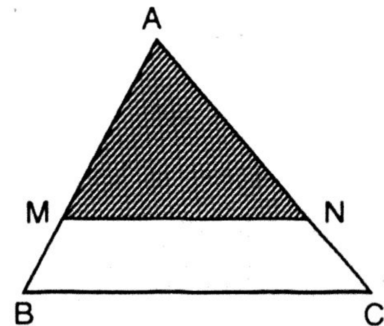
– Tính chất 2: Nếu ΔA'B'C' ∽ ΔABC thì ΔABC ∽ ΔA'B'C'.

– Tính chất 3: Nếu ΔA'B'C' ∽ ΔA"B"C"

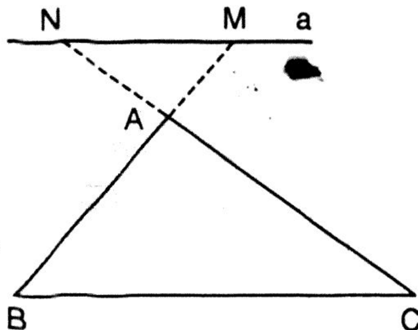
và ΔA"B"C" ∽ ΔABC thì ΔA'B'C' ∽ ΔABC.

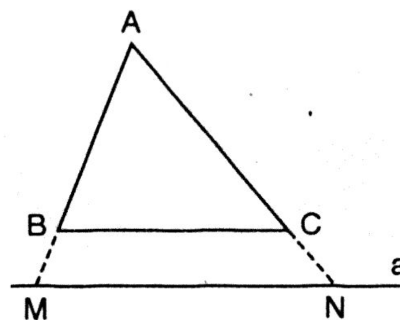
3. Định lí: Một đường thẳng cắt hai cạnh của tam giác và song song với cạnh còn lại tạo thành một tam giác đồng dạng với tam giác đã cho.

GT	ΔABC MN // BC (M ∈ AB; N ∈ AC)
KL	ΔABC ∽ ΔAMN



4. Chú ý: Định lí này cũng đúng cho trường hợp đoạn thẳng a cắt phần kéo dài hai cạnh của tam giác và song song với cạnh còn lại.





II. BÀI TẬP SÁCH GIÁO KHOA

23. Trong hai mệnh đề sau đây, mệnh đề nào đúng? Mệnh đề nào sai?

a) Hai tam giác bằng nhau thì đồng dạng với nhau.

b) Hai tam giác đồng dạng với nhau thì bằng nhau.

Giải

a) Mệnh đề đúng. Vì hai tam giác bằng nhau thì ba cặp góc tương ứng bằng nhau và ba cặp cạnh tương ứng tỉ lệ với nhau (hệ số tỉ lệ đều bằng 1).

b) Mệnh đề sai. Vì hai tam giác đồng dạng thì 3 cặp góc tương ứng bằng nhau nhưng ba cặp cạnh tỉ lệ tổng quát thì không bằng nhau. Vậy hai tam giác đó không bằng nhau.

24. $\Delta A'B'C' \backsim \Delta A''B''C''$ theo tỉ số đồng dạng k_1, $\Delta A''B''C'' \backsim \Delta ABC$ theo tỉ số đồng dạng k_2. Hỏi tam giác A'B'C' đồng dạng với tam giác ABC theo tỉ số nào?

Giải

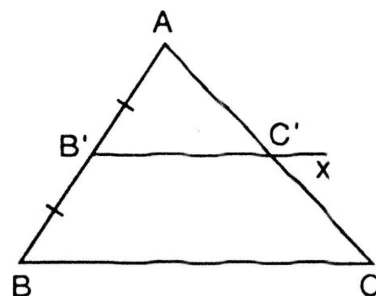
Vì $\Delta A'B'C' \backsim \Delta A''B''C''$ theo tỉ số k_1 và $\Delta A''B''C'' \backsim \Delta ABC$ theo tỉ số k_2.

Suy ra $\Delta A'B'C' \backsim \Delta ABC$ theo tỉ số $k = k_1.k_2$

25. Cho tam giác ABC. Hãy vẽ một tam giác đồng dạng với tam giác ABC theo tỉ số $\frac{1}{2}$.

Giải

* *Cách 1:*



a) Phân tích: Giả sử ta được $\Delta AB'C'$ sao cho $\Delta AB'C' \backsim \Delta ABC$ với tỉ số đồng dạng $k = \frac{1}{2}$,

nghĩa là: $\frac{AB'}{AB} = \frac{1}{2} \Rightarrow AB' = \frac{1}{2}AB$

b) Cách dựng:

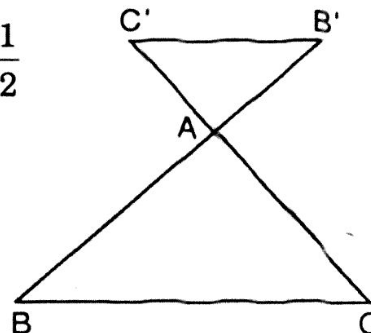
– Dựng tam giác ABC bất kỳ. Trên cạnh AB ta lấy điểm B' sao cho $AB' = \frac{1}{2}AB$.

– Qua B' dựng đường thẳng B'x // BC và B'x cắt AC tại C'. Tam giác AB'C' là tam giác cần dựng.

c) Chứng minh: Vì B'C' // BC.

Do đó $\Delta AB'C' \backsim \Delta ABC$ (định lí) và $k = \frac{AB'}{AB} = \frac{1}{2}$

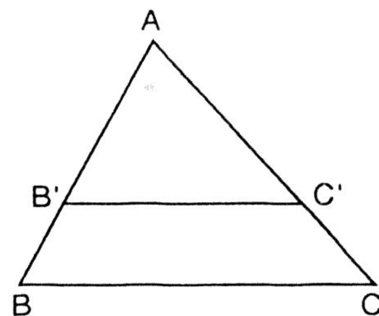
* *Cách 2:* Ta còn có cách dựng thứ hai bằng cách vẽ đường thẳng B'C' // BC và nằm ngoài ΔABC với $\frac{AB'}{AB} = \frac{1}{2}$.



Luyện tập

26. Cho tam giác ABC, vẽ tam giác A'B'C' đồng dạng với tam giác ABC theo tỉ số đồng dạng $k = \frac{2}{3}$.

Giải



Trước hết vẽ ΔABC các cạnh có độ dài tùy ý.

Trên cạnh AB ta chia làm 3 phần bằng nhau.

Từ điểm B' trên cạnh AB với $AB' = \frac{2}{3}AB$, ta kẻ đường thẳng B'C' song song với BC (C' ∈ AC).

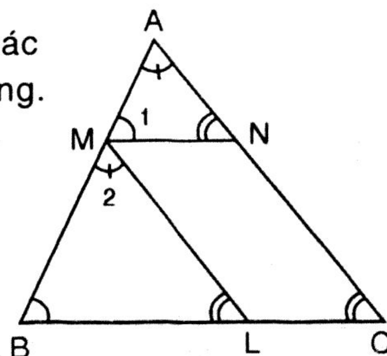
Theo định lí về tam giác đồng dạng thì: ΔA'B'C' ∽ ΔABC với tỉ số đồng dạng $k = \frac{AB'}{AB} = \frac{2}{3}$.

27. Từ điểm M thuộc cạnh AB của tam giác ABC với $AM = \frac{1}{2}MB$, kẻ các tia song song với AC và BC, chúng cắt BC và AC lần lượt tại L và N.

a) Nêu tất cả các cặp tam giác đồng dạng.

b) Đối với mỗi cặp tam giác đồng dạng, hãy viết các cặp góc bằng nhau và tỉ số đồng dạng tương ứng.

Giải



a) Nêu tất cả các cặp tam giác đồng dạng.

- Vì MN // BC nên: ΔAMN ∽ ΔABC
- Vì LM // AC nên: ΔMBL ∽ ΔABC
- Do tính chất bắc cầu nên: ΔAMN ∽ ΔMBL

b) – Vì ΔAMN ∽ ΔABC nên: $\widehat{A}$ chung; $\widehat{M_1} = \widehat{B}$ và $\widehat{N} = \widehat{C}$, $k_1 = \frac{1}{3}$

- Vì ΔABC ∽ ΔMBL nên: $\widehat{B}$ chung; $\widehat{L} = \widehat{C}$ và $\widehat{M_2} = \widehat{A}$; $k_2 = \frac{3}{2}$
- Vì ΔAMN ∽ ΔABC, tỉ số đồng dạng là k_1 và ΔABC ∽ ΔMBL và tỉ số đồng dạng là k_2.

⇒ ΔAMN ∽ ΔMBL và khi đó tỉ số đồng dạng: $k = k_1.k_2 = \frac{1}{3}.\frac{3}{2} = \frac{1}{2}$

và các góc: $\widehat{A} = \widehat{M_2}$; $\widehat{M_1} = \widehat{B}$ và $\widehat{N} = \widehat{L}$.

28. ΔA'B'C' ∽ ΔABC theo tỉ số đồng dạng $k = \frac{3}{5}$.

a) Tính tỉ số chu vi của hai tam giác đã cho.

b) Cho biết hiệu chu vi của hai tam giác là 40dm, tính chu vi của mỗi tam giác.

Giải

a) Gọi p′ là chu vi của ΔA′B′C′ và p là chu vi của ΔABC.

Vì ΔA′B′C′ ∽ ΔABC, với $k = \frac{3}{5}$ nên ta có:

$$\frac{A'B'}{AB} = \frac{B'C'}{BC} = \frac{C'A'}{CA} = \frac{A'B' + B'C' + C'A'}{AB + BC + CA} = \frac{p'}{p} = \frac{3}{5}$$

Vậy $\frac{p'}{p} = \frac{3}{5}$

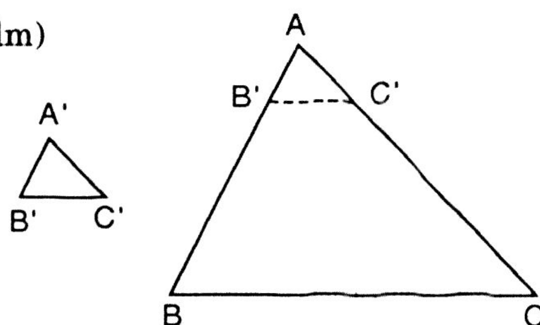
b) Ta có: $\frac{p'}{p} = \frac{3}{5} \Rightarrow \frac{p'}{p - p'} = \frac{3}{5-3}$ hay $\frac{p'}{40} = \frac{3}{2}$

$$\Rightarrow p' = \frac{3.40}{2} = 60 \text{ (dm)}$$

Ta có: $\frac{p'}{p} = \frac{3}{5}$ hay $\frac{60}{p} = \frac{3}{5}$

$$\Rightarrow p = \frac{60.5}{3} = 100 \text{ (dm)}$$

Vậy p′ = 60 dm; p = 100 dm.



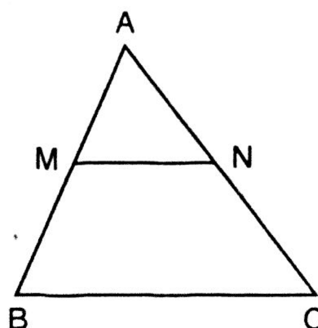
§5. TRƯỜNG HỢP ĐỒNG DẠNG THỨ NHẤT (C.C.C)

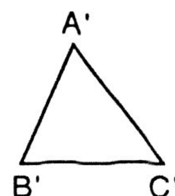
I. KIẾN THỨC CƠ BẢN

Định lí:

Nếu ba cạnh của tam giác này tỉ lệ với ba cạnh của tam kia thì hai tam giác đồng dạng.

GT	ΔABC, ΔA′B′C′ $\frac{A'B'}{AB} = \frac{A'C'}{AC} = \frac{B'C'}{BC}$ (1)
KL	ΔABC ∽ ΔA′B′C′





II. BÀI TẬP

A. Bài tập mẫu

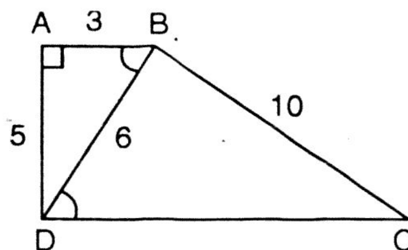
Cho tứ giác ABCD có AB = 3cm, BC = 10cm; CD = 12cm và AD = 5cm, đường chéo BD = 6cm. Chứng minh rằng:

a) $\Delta ABD \backsim \Delta BDC$;

b) ABCD là hình thang.

Giải

a) Xét hai tam giác ABD và BDC, ta có:



$$\frac{AB}{BD} = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}; \frac{BD}{DC} = \frac{6}{12} = \frac{1}{2}; \frac{AD}{BC} = \frac{5}{10} = \frac{1}{2}$$

Suy ra: $\frac{AB}{BD} = \frac{BD}{DC} = \frac{AD}{BC} = \frac{1}{2}$

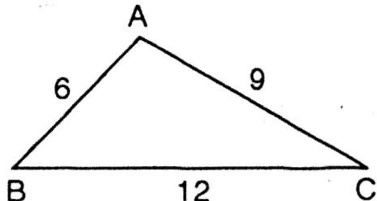
Vậy $\Delta ABD \backsim \Delta BDC$ (đpcm)

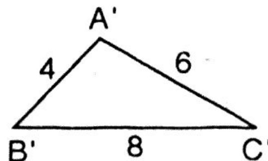
b) – Vì $\Delta ABD \backsim \Delta BDC \Rightarrow \widehat{ABD} = \widehat{BDC}$, hơn nữa $\widehat{ABD}$ so le trong với $\widehat{BDC}$. Suy ra AB // CD.

– Xét tứ giác ABCD ta có AB // CD. Vậy ABCD là hình thang (đpcm)

B. Bài tập giáo khoa cơ bản

29. Cho hai tam giác ABC và A'B'C' có kích thước như trong hình dưới.





a) ΔABC và $\Delta A'B'C'$ có đồng dạng với nhau không? Vì sao?

b) Tính tỉ số chu vi của hai tam giác đó.

Giải

a) Xét ΔABC và $\Delta A'B'C'$, ta có: $\frac{AB}{A'B'} = \frac{BC}{B'C'} = \frac{AC}{A'C'} = \frac{3}{2}$

Vậy $\Delta ABC \backsim \Delta A'B'C'$ (c.c.c)

b) Vì $\Delta A'B'C' \backsim \Delta ABC$ nên:

$$\frac{A'B'}{AB} = \frac{A'C'}{AC} = \frac{B'C'}{BC} = \frac{A'B' + A'C' + B'C'}{AB + BC + CA} = \frac{4+6+8}{6+9+12} = \frac{18}{27} = \frac{2}{3}.$$

Vậy $k = \frac{2}{3}$.

30. Tam giác ABC có độ dài các cạnh là AB = 3cm, AC = 5cm, BC = 7cm. Tam giác A'B'C' đồng dạng với tam giác ABC và có chu vi bằng 55cm. Hãy tính độ dài của ΔA'B'C' (làm tròn đến chữ số thập phân thứ hai).

Giải

$\Delta A'B'C' \backsim \Delta ABC \Rightarrow$

$$\frac{A'B'}{AB} = \frac{B'C'}{BC} = \frac{C'A'}{CA} = \frac{A'B' + B'C' + C'A'}{AB + BC + CA}$$

$$= \frac{55}{3+5+7} = \frac{55}{15} = \frac{11}{3}.$$

Từ đó: $A'B' = \frac{3.11}{3} = 11$ (cm),

$B'C' = \frac{7.11}{3} = 25{,}67$ (cm),

$C'A' = \frac{5.11}{3} = 18{,}33$ (cm)

31. Cho hai tam giác đồng dạng có tỉ số chu vi là $\frac{15}{17}$ và hiệu độ dài hai cạnh tương ứng của chúng là 12,5cm. Tính hai cạnh đó.

Giải

Giả sử có $\Delta A'B'C' \backsim \Delta ABC$ có hai cạnh tương ứng là A'B' và AB và có hiệu AB − A'B' = 12,5 (cm)

Do $\Delta A'B'C' \backsim \Delta ABC$ nên:

$$\frac{A'B'}{AB} = \frac{B'C'}{BC} = \frac{C'A'}{CA} = \frac{A'B' + B'C' + C'A'}{AB + BC + CA} = \frac{15}{17}$$

$$\Rightarrow \quad \frac{A'B'}{AB - A'B'} = \frac{15}{17-15} = \frac{15}{2}$$

Vậy: $A'B' = \frac{15}{2}(AB - A'B') = \frac{15}{2}.12{,}5 = 93{,}75$ (cm)

Ta có: AB − A'B' = 12,5

$\Rightarrow$ AB = 12,5 + A'B' = 12,5 + 93,75 = 106,25 (cm)

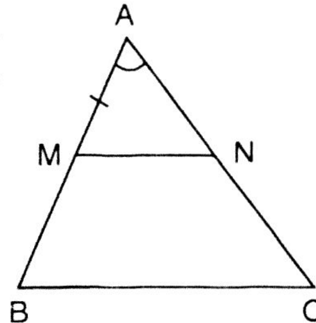
Vậy AB = 106,25cm và A'B' = 93,75cm

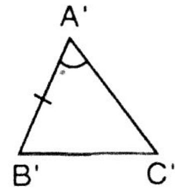
§6. TRƯỜNG HỢP ĐỒNG DẠNG THỨ HAI (C.G.C)

I. KIẾN THỨC CƠ BẢN

Định lí: Nếu hai cạnh của tam giác này tỉ lệ với hai cạnh của tam giác kia và hai góc tạo bởi các cạnh đó bằng nhau, thì hai tam giác đồng dạng.

GT	$\Delta ABC, \Delta A'B'C'$ $\frac{A'B'}{AB} = \frac{A'C'}{AC}, \widehat{A'} = \widehat{A}$
KL	$\Delta A'B'C' \backsim \Delta ABC$





II. BÀI TẬP SÁCH GIÁO KHOA

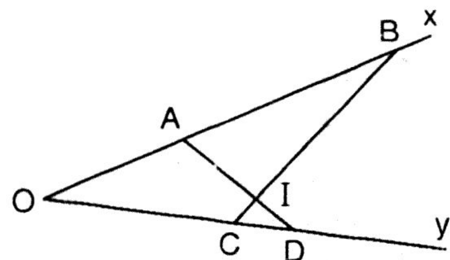
32. Trên một cạnh của góc xOy ($\widehat{xOy} \neq 180^0$), đặt các đoạn thẳng OA = 5cm, OB = 16cm. Trên cạnh thứ hai của góc đó, đặt các đoạn thẳng OC = 8cm, OD = 10cm.

a) Chứng minh hai tam giác OCB và OAD đồng dạng.

b) Gọi giao điểm của các cạnh AD và BC là I, chứng minh rằng hai tam giác IAB và ICD có các góc bằng nhau từng đôi một.

Giải

a) Xét hai tam giác OCB và ODA, ta có:



$$\frac{OC}{OA} = \frac{8}{5} \quad (1)$$

$$\frac{OB}{OD} = \frac{8}{5} \quad (2)$$

Từ (1) và (2) suy ra: $\frac{OC}{OA} = \frac{OB}{OD}$

Góc $\widehat{O}$ chung, suy ra: $\Delta OCB \backsim \Delta OAD$ (đpcm)

b) Vì $\Delta OBC \backsim \Delta ODA$ nên $\widehat{OBC} = \widehat{ODA}$ (3)

Mặt khác ta có: $\widehat{AIB} = \widehat{CID}$ (đối đỉnh) (4)

$\widehat{BAI} = 180^0 - (\widehat{OBC} + \widehat{AIB})$ (5)

$\widehat{CDI} = 180^0 - (\widehat{ODA} + \widehat{CID})$ (6)

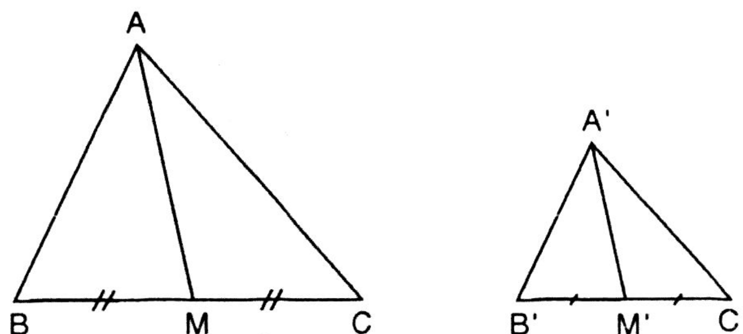
Từ (3), (4), (5), (6) suy ra $\widehat{BAI} = \widehat{DCI}$

33. Chứng minh rằng nếu tam giác A'B'C' đồng dạng với tam giác ABC theo tỉ số k, thì tỉ số của hai đường trung tuyến tương ứng của hai tam giác đó cũng bằng k.

Giải

– Vì ΔA'B'C' ∽ ΔABC theo tỉ số k suy ra:

$$\widehat{A'} = \widehat{A}\ ;\ \widehat{B'} = \widehat{B}\ ;\ \widehat{C'} = \widehat{C} \text{ và } \frac{A'B'}{AB} = \frac{B'C'}{BC} = \frac{C'A'}{CA} = k$$



– Xét hai tam giác A'B'M' và ABM ta có: $\widehat{B} = \widehat{B'}$ (chứng minh trên)

Ta có: $\frac{B'M'}{BM} = \frac{\frac{1}{2}B'C'}{\frac{1}{2}BC} = \frac{B'C'}{BC} = k$. Do đó: $\frac{A'B'}{AB} = \frac{B'M}{BM}$

Vậy ΔA'B'M' ∽ ΔABM (định lý). Suy ra $\frac{A'M'}{AM} = \frac{A'B'}{AB} = k$ (đpcm).

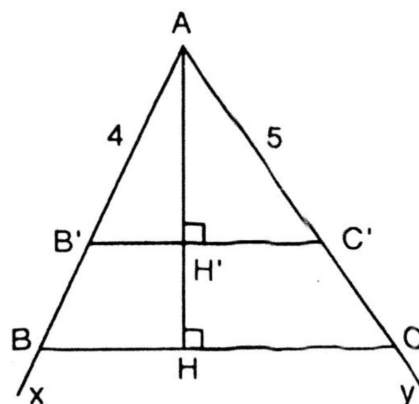
34. Dựng tam giác ABC, biết $\widehat{A} = 60^0$, tỉ số $\frac{AB}{AC} = \frac{4}{5}$ và đường cao AH = 6cm.

Giải

a) Cách dựng: Dựng góc $\widehat{xAy} = 60^0$.

Lấy trên cạnh Ax điểm B' sao cho AB' = 4cm và trên cạnh Ay điểm C' sao cho AC' = 5cm. Ta xác định được ΔAB'C'.

Dựng đường cao AH' của ΔAB'C', kéo dài AH' và lấy trên AH' một điểm H sao cho AH = 6cm. Từ điểm H kẻ BC // B'C' với B ∈ Ax; C ∈ Ay.



b) Chứng minh:

Theo cách dựng ta có $\widehat{A} = 60^0$ vì B'C' // BC nên ΔAB'C' ∽ ΔABC

$\Rightarrow \frac{AB}{AC} = \frac{AB'}{AC'} = \frac{4}{5}$ và theo cách dựng thì AH = 6cm

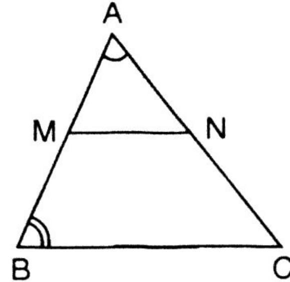
§7. TRƯỜNG HỢP ĐỒNG DẠNG THỨ BA (G.G)

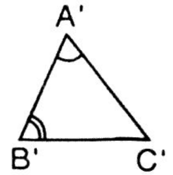
I. KIẾN THỨC CƠ BẢN

Định lí:

Nếu hai góc của tam giác này lần lượt bằng hai góc của tam giác kia thì hai tam giác đó đồng dạng với nhau.

GT	ΔABC và $\Delta A'B'C'$ $\widehat{A} = \widehat{A'}; \widehat{B} = \widehat{B'}$
KL	$\Delta ABC \backsim \Delta A'B'C'$



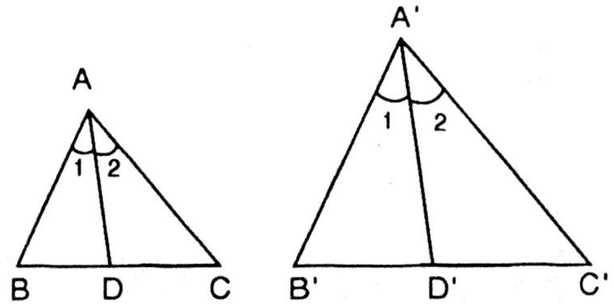


II. GIẢI BÀI TẬP SÁCH GIÁO KHOA

35. Chứng minh rằng nếu tam giác A'B'C' đồng dạng với tam giác ABC theo tỉ số k thì tỉ số của hai đường phân giác tương ứng của chúng cũng bằng k.

Giải

Giả sử $\Delta A'B'C' \backsim \Delta ABC$ theo tỉ số đồng dạng $k = \dfrac{A'B'}{AB}$ và AD, A'D' lần lượt là đường phân giác của ΔABC; $\Delta A'B'C'$.



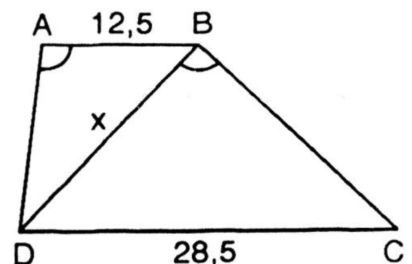
Ta chứng minh: $\dfrac{AD}{A'D'} = k$.

Ta có: $\begin{cases} \widehat{B} = \widehat{B'} \text{ và } \widehat{BAC} = \widehat{B'A'C'} \text{ (do } \Delta ABC = \Delta A'B'C'\text{)} \\ \widehat{BAD} = \dfrac{\widehat{BAC}}{2} \text{ và } \widehat{B'A'D'} = \dfrac{\widehat{B'A'C'}}{2} \\ \text{(do AD và A'D' là phân giác của } \widehat{BAC}, \widehat{B'A'C'}\text{)} \end{cases}$

Suy ra: $\widehat{B} = \widehat{B'}$ và $\widehat{BAD} = \widehat{B'A'D'}$. Vậy $\Delta ABC \backsim \Delta A'B'C'$.

Suy ra $\dfrac{AD}{A'D'} = \dfrac{AB}{A'B'} = k$ (đpcm).

36. Tính độ dài x của đoạn thẳng BD trong hình bên (làm tròn đến chữ số thập phân thứ nhất), biết rằng ABCD là hình thang (AB // CD); AB = 12,5cm, CD = 28,5cm; $\widehat{DAB} = \widehat{DBC}$.



Giải

Xét hai tam giác ABD và BDC ta có: $\hat{A} = \hat{B}$ (gt)

$\widehat{ABD} = \widehat{BDC}$ (do AB // CD)

Vậy $\Delta ABD \backsim \Delta BDC$ (g.g)

Suy ra: $\frac{AB}{BD} = \frac{BD}{DC}$ hay $\frac{12,5}{x} = \frac{x}{28,5}$ $\Rightarrow x^2 = 12,5.28,5 = 356,25$

$\Rightarrow x = \sqrt{356,25} = 18,874 \approx 18,9$ (cm)

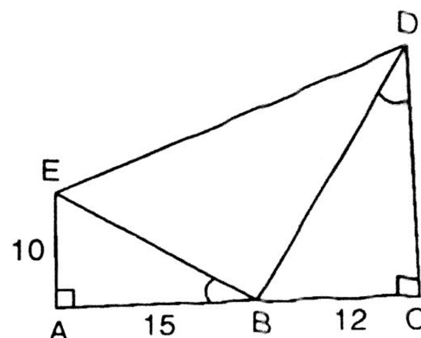
Vậy $x \approx 18,9$ (cm).

37. Hình bên cho biết $\widehat{EBA} = \widehat{BDC}$.

a) Trong hình vẽ có bao nhiêu tam giác vuông? Hãy kể tên các tam giác đó.

b) Cho biết AE = 10cm, AB = 15cm, BC = 12cm. Hãy tính độ dài các đoạn thẳng CD, BE, BD và ED (làm tròn đến chữ số thập phân thứ nhất).

c) So sánh diện tích tam giác BDE với tổng diện tích của hai tam giác AEB và BCD.



Giải

a) Xét hai tam giác vuông ABE và CDB, ta có: $\widehat{ABE} = \widehat{CDB}$ (gt)

$\hat{A} = \hat{C} = 90^0$

Vậy $\Delta ABE \backsim \Delta CDB$ (g.g) $\Rightarrow \widehat{AEB} = \widehat{CBD}$

Mà $\widehat{AEB} + \widehat{EBA} = 90^0$ hay $\widehat{EBA} + \widehat{CBD} = 90^0 \Rightarrow \widehat{EBD} = 90^0$

Vậy trong hình trên có 3 tam giác vuông, đó là ΔAEB, ΔCDB và ΔBDE.

b) – Vì $\Delta ABE \backsim \Delta CDB$ nên: $\frac{AE}{BC} = \frac{AB}{CD} \Rightarrow CD = \frac{AB.BC}{AE} = \frac{15.12}{10} = 18$cm

– Áp dụng định lí Pitago trong tam giác vuông AEB, ta có:

$BE^2 = AB^2 + AE^2 = 15^2 + 10^2 = 325 \Rightarrow BE = \sqrt{325} \approx 18,02$ (cm)

– Áp dụng định lí Pitago trong tam giác vuông CBD ta có:

$BD^2 = CB^2 + CD^2 = 12^2 + 18^2 = 468 \Rightarrow BD = \sqrt{468} \approx 21,6$ (cm)

– Áp dụng định lí Pitago trong tam giác vuông DED ta có:

$ED^2 = BE^2 + BD^2 = AE^2 + AB^2 + BC^2 + CD^2$

$\Rightarrow ED = \sqrt{AE^2 + AB^2 + BC^2 + CD^2} = \sqrt{10^2 + 15^2 + 12^2 + 18^2} \approx 28,2$ (cm)

Vậy CD = 18cm; BE = 18,02cm; BD = 21,6cm và ED = 28,2cm.

c) Ta có $S_{\Delta BDE} = \frac{1}{2}BD.BE = \frac{1}{2}\sqrt{(BC^2 + CD^2)(AE^2 + AB^2)} = 195\ (cm^2)$ (1)

$S_{\Delta ABE} + S_{\Delta BCD} = \frac{1}{2}(AE.AB + BC.CD) = \frac{1}{2}(10.15 + 12.18) = 183\ (cm^2)$ (2)

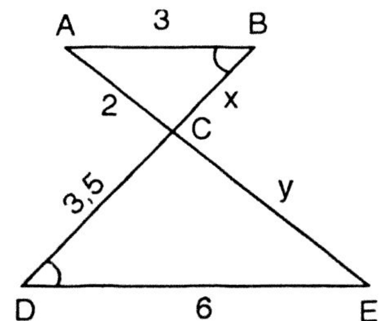
So sánh (1) và (2) ta nhận thấy diện tích ΔBDE lớn hơn tổng diện tích của hai tam giác ABE và BCD.

Luyện tập 1, 2

38. Tính các độ dài x, y của các đoạn thẳng trong hình bên.

Giải

Theo giả thiết ta có: $\left.\begin{array}{l}\hat{B} = \hat{D}\\ \hat{B} \text{ và } \hat{D} \text{ so le trong}\end{array}\right\} \Rightarrow AB \parallel DE$



Áp dụng định lí Talét ta có:

$$\frac{AC}{CE} = \frac{BC}{CD} = \frac{AB}{DE} \text{ hay } \frac{2}{y} = \frac{x}{3,5} = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}$$

Suy ra $\frac{2}{y} = \frac{1}{2} \Rightarrow y = 4$

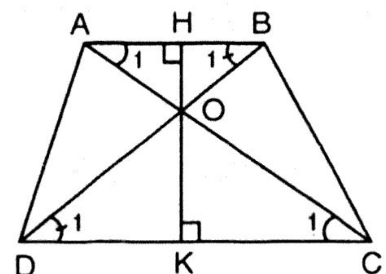
$$\frac{x}{3,5} = \frac{1}{2} \Rightarrow x = \frac{3,5}{2} = 1,75$$

Vậy x = 1,75; y = 4.

39. Cho hình thang ABCD (AB//CD). Gọi O là giao điểm của hai đường chéo AC và BD.

a) Chứng minh rằng OA.OD = OB.OC

b) Đường thẳng qua O vuông góc với AB và CD theo thứ tự tại H và K. Chứng minh rằng $\frac{OH}{OK} = \frac{AB}{CD}$.



Giải

a) Chứng minh OA.OD = OB.OC

Vì ABCD là hình thang, nên AB // CD (gt).

Suy ra $\hat{A}_1 = \hat{C}_1$ và $\hat{B}_1 = \hat{D}_1$

Vậy ΔOAB ∽ ΔOCD (g.g) $\Rightarrow \frac{OA}{OC} = \frac{OB}{OD} \Rightarrow$ OA.OD = OB.OC (đpcm)

b) Chứng minh $\frac{OH}{OK} = \frac{AB}{CD}$

– Xét hai tam giác vuông OAH và OCK, ta có: $\widehat{A}_1 = \widehat{C}_1$ (cmt)

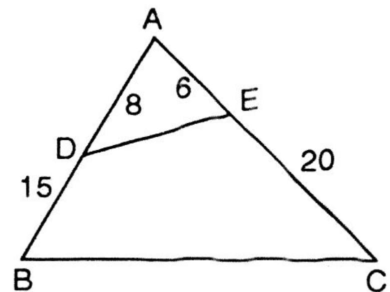
$\widehat{H} = \widehat{K} = 90^0$

Vậy ΔOAH ∽ ΔOCK. Suy ra $\frac{OH}{OK} = \frac{OA}{OC}$ (1)

– Hơn nữa do ΔAOB ∽ ΔOCD (câu a) ⇒ $\frac{OA}{OC} = \frac{AB}{CD}$ (2)

Từ (1) và (2) suy ra $\frac{OH}{OK} = \frac{AB}{CD}$ (đpcm)

40. Cho tam giác ABC, trong đó AB = 15cm, AC = 20cm. Trên hai cạnh AB và AC lần lượt lấy hai điểm D và E sao cho AD = 8cm, AE = 6cm. Hai tam giác ABC và ADE có đồng dạng với nhau không? Vì sao?



Giải

Xét hai tam giác ABC và AED, ta có:

* $\frac{AD}{AC} = \frac{8}{20} = \frac{2}{5}$ (1) và $\frac{AE}{AB} = \frac{6}{15} = \frac{2}{5}$ (2)

Từ (1) và (2) suy ra $\frac{AD}{AC} = \frac{AE}{AB}$

* $\widehat{A}$ chung. Vậy Δ ABC ∽ Δ AED

41. Tìm các dấu hiệu để nhận biết hai tam giác cân đồng dạng.

Giải

Từ tính chất của tam giác cân ta suy ra các dấu hiệu nhận biết hai tam giác cân đồng dạng là:

a) Hai tam giác cân có một cặp góc bằng nhau thì đồng dạng.

b) Cạnh bên và cạnh đáy của một tam giác cân này tỉ lệ với cạnh bên và cạnh đáy của tam giác cân kia thì hai tam giác cân đó đồng dạng với nhau.

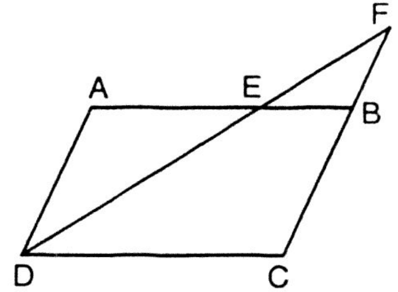
42. So sánh các trường hợp đồng dạng của tam giác với các trường hợp bằng nhau của tam giác (nêu lên những điểm giống nhau và khác nhau).

Giải

Cho hai tam giác ABC và A'B'C', sự liên hệ giữa các trường hợp đồng dạng và các trường hợp bằng nhau của hai tam giác như sau:

Tam giác bằng nhau	Tam giác đồng dạng
a) $A'B' = AB$; $B'C' = BC$; $A'C' = AC$ (c.c.c)	a) $\frac{A'B'}{AB} = \frac{B'C'}{BC} = \frac{A'C'}{AC}$ (c.c.c)
b) $A'B' = AB$; $\widehat{B'} = \widehat{B}$ $B'C' = BC$ (c.g.c)	b) $\frac{A'B'}{AB} = \frac{B'C'}{BC}$ và $\widehat{B'} = \widehat{B}$ (g.c.g)
	c) $\widehat{A'} = \widehat{A}$; $\widehat{B'} = \widehat{B}$ (g.g)
c) $\widehat{A'} = \widehat{A}$; $A'B' = AB$; $\widehat{B'} = \widehat{B}$ (g.c.g)	

43. Cho hình bình hành ABCD (hình bên) có độ dài các cạnh AB = 12cm, BC = 7cm. Trên cạnh AB lấy một điểm E sao cho AE = 8cm. Đường thẳng DE cắt cạnh CB kéo dài tại F.



a) Trong hình vẽ đã cho có bao nhiêu cặp tam giác đồng dạng với nhau? Hãy viết các cặp tam giác đồng dạng với nhau theo các đỉnh tương ứng.

b) Tính độ dài các đoạn thẳng EF và BF, biết rằng DE = 10cm.

Giải

a) Trong hình vẽ có 3 cặp tam giác đồng dạng với nhau. Đó là:

$\Delta EAD \backsim \Delta EBF$; $\Delta EBF \backsim \Delta DCF$; $\Delta EAD \backsim \Delta DCF$.

b) Vì $\Delta EAD \backsim \Delta EBF$ nên ta có:

$$\frac{EF}{ED} = \frac{BE}{AE} \text{ hay } \frac{EF}{10} = \frac{4}{8} \Rightarrow EF = 5 \text{ (cm)}$$

và $$\frac{BF}{AD} = \frac{EB}{EA} \text{ hay } \frac{BF}{7} = \frac{4}{8} \Rightarrow BF = 3{,}5 \text{ (cm)}$$

44. Cho tam giác ABC có các cạnh AB = 24cm, AC = 28cm. Tia phân giác của góc A cắt cạnh BC tại D. Gọi M, N theo thứ tự là hình chiếu của B và C trên đường thẳng AD.

a) Tính tỉ số $\frac{BM}{CN}$.

b) Chứng minh rằng: $\frac{AM}{AN} = \frac{DM}{DN}$.

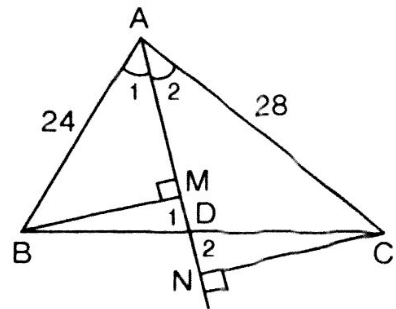
Giải

a) Gọi $S_{\Delta ABD}$ và $S_{\Delta ACD}$ lần lượt là diện tích của ΔABD và ΔACD.

Ta có: $$\frac{S_{\Delta ABD}}{S_{\Delta ACD}} = \frac{DB}{DC} = \frac{AB}{AC} = \frac{24}{28} = \frac{6}{7} \quad (1)$$

Mặt khác ta cũng có:

$$\frac{S_{\Delta ABD}}{S_{\Delta ACD}} = \frac{\frac{1}{2}BM.AD}{\frac{1}{2}CN.AD} = \frac{BM}{CN} \quad (2)$$



Từ (1) và (2) suy ra: $\frac{BM}{CN} = \frac{6}{7}$

b) Xét hai tam giác MBD và NCD ta có: $\widehat{M} = \widehat{N} = 90^0$

$\widehat{D}_1 = \widehat{D}_2$ (đối đỉnh)

Vậy $\Delta MBD \backsim \Delta NCD$ (g.g) $\Rightarrow \frac{DM}{DN} = \frac{BM}{CN}$ (3)

Xét hai tam giác: ABM và ACN, ta có: $\widehat{M} = \widehat{N} = 90^0$

$\widehat{A}_1 = \widehat{A}_2$ (gt)

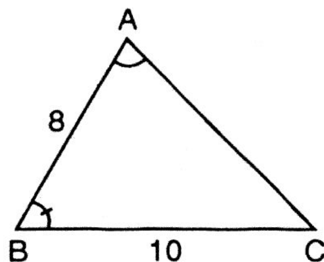
Vậy $\Delta ABM \backsim \Delta ACN \Rightarrow \frac{AM}{AN} = \frac{BM}{CN}$ (4)

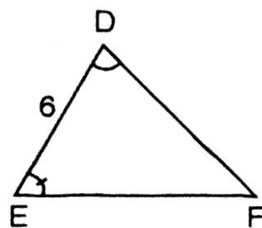
Từ (3) và (4) suy ra: $\frac{AM}{AN} = \frac{DM}{DN}$ (đpcm).

45. Hai tam giác ABC và DEF có $\widehat{A} = \widehat{D}$, $\widehat{B} = \widehat{E}$, AB = 8cm, BC = 10cm, DE = 6cm. Tính độ dài các cạnh AC, DF và EF, biết rằng cạnh AC dài hơn cạnh DF là 3cm.

Giải

– Xét hai tam giác ABC và DEF, ta có: $\left.\begin{array}{l}\widehat{A} = \widehat{D}\\ \widehat{B} = \widehat{E}\end{array}\right\} \Rightarrow \Delta ABC \backsim \Delta DEF$





Suy ra: $\frac{AB}{DE} = \frac{BC}{EF} = \frac{AC}{DF}$ hay $\frac{8}{6} = \frac{10}{EF} = \frac{CA}{FD}$

Từ đề bài ta có: $\frac{10}{EF} = \frac{8}{6} \Rightarrow EF = \frac{10.6}{8} = 7,5$ (cm)

$\frac{AC}{DF} = \frac{BC}{EF}$ hay $\frac{AC}{DF} = \frac{10}{7,5} \Rightarrow \frac{AC - DF}{DF} = \frac{10 - 7,5}{7,5}$

hay $\frac{3}{DF} = \frac{2,5}{7,5} \Rightarrow DF = \frac{3.7,5}{2,5} = 9$ (cm)

Mà $AC - DF = 3$

$AC = 3 + DF = 3 + 9 = 12$ (cm)

Vậy $AC = 12cm$; $DF = 9cm$; $EF = 7,5cm$.

§8. CÁC TRƯỜNG HỢP ĐỒNG DẠNG CỦA TAM GIÁC VUÔNG

I. KIẾN THỨC CƠ BẢN

1. Áp dụng các trường hợp đồng dạng của tam giác vào tam giác vuông:

Hai tam giác vuông đồng dạng với nhau nếu:

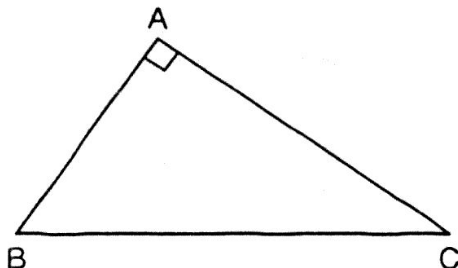
a) Tam giác vuông này *có một góc nhọn bằng góc nhọn* của tam giác vuông kia (g.g).

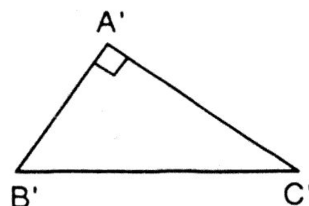
b) Tam giác vuông này *có hai cạnh góc vuông* tỉ lệ với hai cạnh góc vuông của tam giác vuông kia.

2. Dấu hiệu đặc biệt nhận biết hai tam giác vuông đồng dạng:

Định lí 1: Nếu cạnh huyền và một cạnh góc vuông của tam giác vuông này tỉ lệ với cạnh huyền và cạnh góc vuông của tam giác vuông kia thì hai tam giác vuông đó đồng dạng với nhau (cạnh huyền – góc nhọn).

GT	$\Delta ABC, \Delta A'B'C', \widehat{A'} = \widehat{A} = 90^0$ $\dfrac{B'C'}{BC} = \dfrac{A'B'}{AB}$
KL	$\Delta A'B'C' \backsim \Delta ABC$

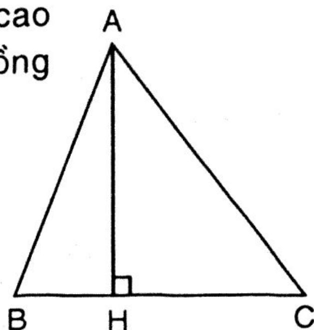


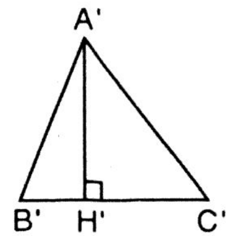


3. Tỉ số hai đường cao, tỉ số diện tích của hai tam giác đồng dạng:

Định lí 2: Tỉ số hai đường cao tương ứng của hai tam giác đồng dạng bằng tỉ số đồng dạng.

GT	$\Delta A'B'C' \backsim \Delta ABC$ Tỉ số đồng dạng k
KL	$\dfrac{A'H'}{AH} = k$



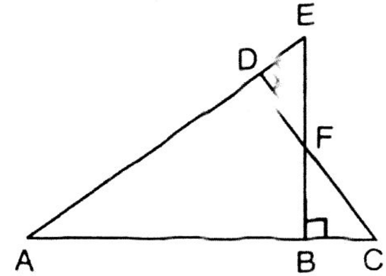


Định lí 3: Tỉ số diện tích của hai tam giác đồng dạng bằng *bình phương tỉ số đồng dạng.*

GT	$\Delta A'B'C' \backsim \Delta ABC$ $S_{\Delta A'B'C'}; S_{\Delta ABC}$ Tỉ số đồng dạng k
KL	$\frac{S_{\Delta A'B'C'}}{S_{\Delta ABC}} = k^2$

II. BÀI TẬP SÁCH GIÁO KHOA

46. Trên hình bên, hãy chỉ ra các tam giác đồng dạng. Viết các tam giác này theo thứ tự các đỉnh tương ứng và giải thích vì sao chúng đồng dạng?



Giải

Trong hình có sáu cặp tam giác vuông đồng dạng với nhau, đó là:

1) $\Delta FDE \backsim \Delta FBC$ (trường hợp g.g).

2) $\Delta FDE \backsim \Delta ABE$ ($\widehat{F} = \widehat{A}$: góc có cạnh tương ứng vuông góc và $\widehat{E}$ chung)

3) $\Delta FDE \backsim \Delta ADC$ ($\widehat{E} = \widehat{C}$: góc có cạnh tương ứng vuông góc và $\widehat{D}$ chung)

Tương tự:

4) $\Delta FBC \backsim \Delta ABE$

5) $\Delta FBC \backsim \Delta ADC$

6) $\Delta ABE \backsim \Delta ADC$

47. Tam giác ABC có độ dài các cạnh là 3cm, 4cm, 5cm. Tam giác A'B'C' đồng dạng với tam giác ABC và có diện tích là $54cm^2$. Tính độ dài các cạnh của tam giác A'B'C'.

Giải

Giả sử ΔABC có độ dài ba cạnh lần lượt là AB = 3cm; AC = 4cm và BC = 5cm.

Ta có: $\left.\begin{array}{l} AB^2 = 9 \\ AC^2 = 16 \\ BC^2 = 25 \end{array}\right\} \Rightarrow BC^2 = AB^2 + AC^2$

Vậy ΔABC là tam giác vuông tại A.

Gọi $S_{\Delta ABC}$ và $S_{\Delta A'B'C'}$ lần lượt là diện tích của ΔABC, $\Delta A'B'C'$ và tỉ số đồng dạng là k.

Vì $\Delta A'B'C' \backsim \Delta ABC$ nên: $k^2 = \frac{S_{\Delta A'B'C'}}{S_{\Delta ABC}} \frac{54}{\frac{1}{2}.3.4} = 9 \Rightarrow k = 3$

Vì $\Delta A'B'C' \backsim \Delta ABC$ nên: $\dfrac{A'B'}{AB} = \dfrac{A'C'}{AC} = \dfrac{B'C'}{BC} = k$

Suy ra: $\dfrac{A'B'}{3} = 3 \Rightarrow A'B' = 9$ (cm)

$\dfrac{A'C'}{4} = 3 \Rightarrow A'C' = 12$ (cm)

$\dfrac{B'C'}{5} = 3 \Rightarrow B'C' = 15$ (cm).

48. Bóng của một cột điện trên mặt đất có độ dài là 4,5cm. Cùng thời điểm đó, một thanh sắt cao 2,1m cắm vuông góc với mặt đất có bóng dài 0,6m. Tính chiều cao của cột điện.

Giải

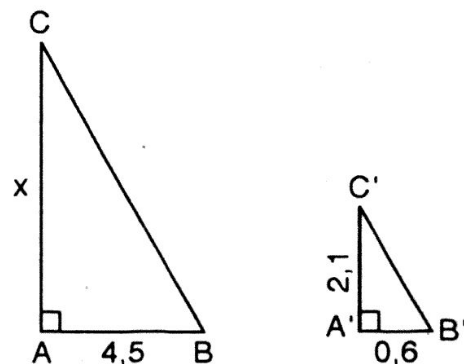
Gọi x (cm) là chiều cao cột điện (AC = x), chiều cao thanh sắt A'C' = 2,1m. Bóng của cột điện và thanh sắt nằm trên mặt đất có độ dài lần lượt là: AB = 4,5m và A'B' = 0,6m.

Trong cùng một thời điểm và cùng một nơi các tia sáng của mặt trời chiếu qua đỉnh cột điện và thanh sắt xem như song song và chúng tạo với mặt đất những góc bằng nhau. Suy ra $\widehat{C} = \widehat{C'}$.

Xét hai tam giác A'B'C' và ABC:

Ta có: $\widehat{A} = \widehat{A'} = 90^0$

$\widehat{C} = \widehat{C'}$



Vậy $\Delta ABC \backsim \Delta A'B'C'$.

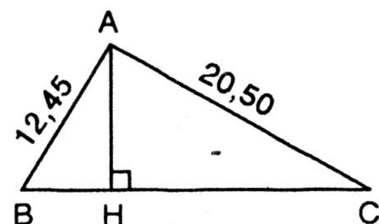
$\Rightarrow \quad \dfrac{AC}{A'C'} = \dfrac{AB}{A'B'}$ hay $\dfrac{x}{2,1} = \dfrac{4,5}{0,6}$

$\Rightarrow \quad x = \dfrac{4,5.2,1}{0,6} = 15,75$ (m)

Vậy chiều cao cột điện là 15,75m.

Luyện tập

49. Ở hình bên, tam giác ABC vuông ở A và có đường cao AH.



a) Trong hình vẽ có bao nhiêu cặp tam giác đồng dạng với nhau? (Hãy chỉ rõ từng cặp tam giác đồng dạng và viết theo các đỉnh tương ứng).

b) Cho biết AB = 12,45cm, AC = 20,50cm. Tính độ dài các đoạn thẳng BC, AH, BH và CH.

Giải

a) Có ba cặp tam giác đồng dạng đó là: $\Delta ABC \backsim \Delta HBA$ (1)

$\Delta ABC \backsim \Delta HAC$ (2)

$\Delta HBA \backsim \Delta HAC$ (3)

b) – Vì ΔABC vuông tại A nên:

$$BC^2 = AB^2 + AC^2 = 12{,}45^2 + 20{,}50^2$$

$$\Rightarrow \quad BC = \sqrt{12{,}45^2 + 20{,}50^2} = 23{,}98 \text{ (cm)}$$

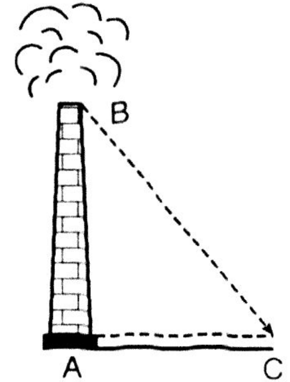
– Từ (1), (2) và (3) ta suy ra dãy tỉ số bằng nhau.

$$\frac{AB}{HB} = \frac{AC}{HA} = \frac{BC}{BA} \Rightarrow HB = \frac{AB^2}{BC} = \frac{12{,}45^2}{23{,}98} = 6{,}46 \text{ (cm)}$$

$$HA = \frac{AC.AB}{BC} = \frac{12{,}45 \times 20{,}5}{23{,}98} = 10{,}64 \text{ (cm)}$$

$$HC = BC - HB = 23{,}98 - 6{,}46 = 17{,}52 \text{ (cm)}.$$

50. Bóng của một ống khói nhà máy trên mặt đất có độ dài là 36,9cm. Cùng thời điểm đó, một thanh sắt cao 2,1m cắm vuông góc với mặt đất có bóng dài 1,62m. Tính chiều cao của ống khói (hình bên).

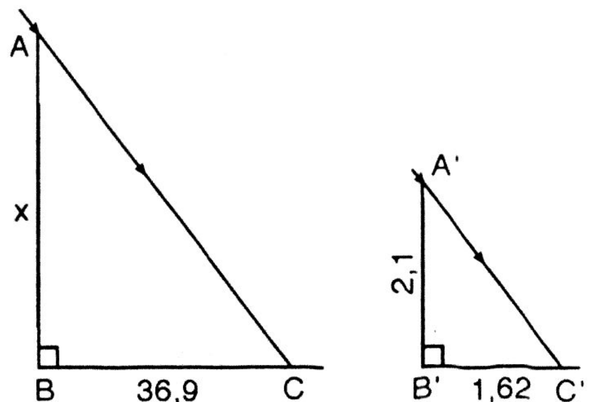


Giải

Giả sử chiều cao ống khói AB = x, chiều cao thanh sắt A'B' = 2,1 (m). Bóng của ống khói và thanh sắt trên mặt đất lần lượt là: BC = 36,9 (m) và B'C' = 1,62 (m).

Trong cùng một thời điểm và ở cùng một địa phương, các tia sáng Mặt Trời xem như song song nên chúng tạo với mặt đất những góc bằng nhau. Suy ra $\widehat{C} = \widehat{C'}$

Do đó: $\Delta ABC \backsim \Delta A'B'C'$ (do hai tam giác vuông này có cặp góc nhọn bằng nhau: $\widehat{C} = \widehat{C'}$)

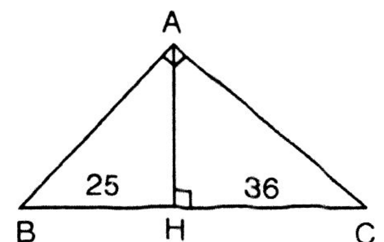


$$\Rightarrow \frac{AB}{A'B'} = \frac{BC}{B'C'} \text{ hay } \frac{x}{2{,}1} = \frac{36{,}9}{1{,}62}$$

$$\Rightarrow x = \frac{36{,}9.2{,}1}{1{,}62} \approx 47{,}8 \text{ (m)}$$

Vậy chiều cao của ống khói gần bằng 47,8 (m).

51. Chân đường cao AH của tam giác vuông ABC chia cạnh huyền BC thành hai đoạn thẳng có độ dài 25cm và 36cm. Tính chu vi và diện tích của tam giác vuông đó. (hình bên)



Hướng dẫn: Trước tiên tìm cách tính AH từ các tam giác vuông đồng dạng, sau đó tính các cạnh của tam giác ABC.

Giải

Giả sử ΔABC vuông tại A có đường cao AH chia cạnh huyền BC thành hai đoạn BH = 25(cm) và HC = 36 (cm) và BC = BH + HC = 25 + 36 = 61 (cm).

– Xét hai tam giác HBA và HAC, ta có:

$\widehat{ABH} = \widehat{HAC}$ (2 góc có cạnh tương ứng vuông góc)

$\widehat{H}_1 = \widehat{H}_2 = 90^0$

Vậy $\Delta HBA \backsim \Delta HAC \Rightarrow \dfrac{HB}{HA} = \dfrac{HA}{HC} \Rightarrow HA^2 = HB.HC$

$$\Rightarrow HA = \sqrt{HB.HC} = \sqrt{25.36} = 5.6 = 30 \text{ (cm)}$$

– Ta cũng có $\Delta ABC \backsim \Delta HBA$ (g.g) nên $\dfrac{AB}{HB} = \dfrac{BC}{BA} = \dfrac{AC}{HA}$

$$\Rightarrow AB^2 = HB.BC \text{ và } AC = \frac{BC.HA}{BA}$$

- $AB = \sqrt{HB.BC} = \sqrt{25.61} = 39{,}05$ (cm)
- $AC = \dfrac{BC.HA}{BA} = \dfrac{30 \times 61}{39{,}05} = 46{,}86$ (cm)

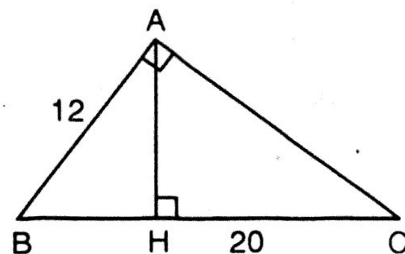
Gọi chu vi và diện tích tam giác ABC theo thứ tự là p và S, ta có:

$p = AB + BC + CA = 39{,}05 + 61 + 46{,}86 = 146{,}91$ (cm)

và $S = \dfrac{1}{2}AH.BC = \dfrac{1}{2}.30.61 = 915$ (cm^2).

52. Cho một tam giác vuông, trong đó cạnh huyền dài 20cm và một cạnh góc vuông dài 12cm. Tính độ dài hình chiếu cạnh góc vuông kia trên cạnh huyền.

Giải



Giả sử ΔABC vuông tại A có cạnh huyền BC = 20 (cm); AB = 12 (cm) và đường cao AH.

Khi đó: HB và HC lần lượt là hình chiếu của cạnh AB và AC lên cạnh huyền BC.

Ta có: $\Delta HBA \backsim \Delta ABC$ (hai tam giác vuông có góc nhọn $\widehat{B}$ chung)

$$\Rightarrow \frac{HB}{AB} = \frac{BA}{BC} \Rightarrow \frac{HB}{12} = \frac{12}{20} \Rightarrow HB = \frac{12.12}{20} = 7{,}2 \text{ (cm)}$$

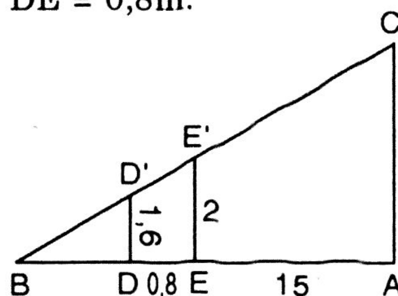
$\Rightarrow HC = BC - HB = 20 - 7{,}2 = 12{,}8$ (cm) (do H nằm giữa B và C).

§9. ỨNG DỤNG THỰC TẾ CỦA TAM GIÁC ĐỒNG DẠNG

53. Một người đo chiều cao của một cây nhờ một cọc chôn xuống đất, cọc cao 2m và đặt xa cây 15m. Sau khi người ấy lùi ra xa cách cọc 0,8m thì nhìn thấy đầu cọc và đỉnh cây cùng nằm trên một đường thẳng. Hỏi cây cao bao nhiêu, biết rằng khoảng cách từ chân đến mắt người ấy là 1,6m?

Giải

Giả sử gọi chiều cao của cây là AC, chiều cao cọc EE′ = 2m, chiều cao từ mắt đến chân người là DD′ = 1,6m; khoảng cách giữa cọc và cây: AE = 15m, khoảng cách giữa cọc và người đứng: DE = 0,8m.



– Vì DD′ // EE′ nên ΔBDD′ ∽ ΔBEE′

$\Rightarrow \dfrac{BD}{BE} = \dfrac{DD'}{EE'} \Rightarrow \dfrac{BE - BD}{BE} = \dfrac{EE' - DD'}{EE'}$

$\Rightarrow \dfrac{DE}{BE} = \dfrac{2 - 1,6}{2}$ hay $\dfrac{0,8}{BE} = \dfrac{0,4}{2}$

$\Rightarrow BE = \dfrac{2 \times 0,8}{0,4} = 4$ (m)

– Vì EE′ // AC nên ΔEBE′ ∽ ΔABC $\Rightarrow \dfrac{BE}{BA} = \dfrac{EE'}{AC} \Rightarrow AC = \dfrac{BA.EE'}{BE}$

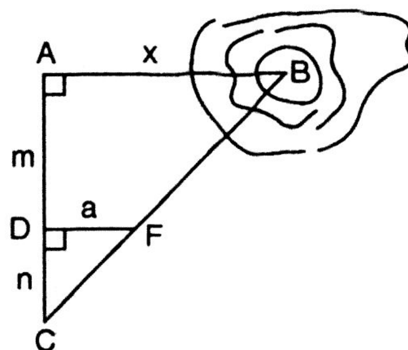
hay $AC = \dfrac{EE'(BE + EA)}{BE} = \dfrac{2(4 + 15)}{4} = 9,5$ (m)

Vậy chiều cao của cây là 9,5m.

54. Để đo khoảng cách giữa hai địa điểm A và B, trong đó B không tới được, người ta tiến hành đo và tính khoảng cách AB như hình bên: AB // DF; AD = m; DC = n; DF = a.

a) Em hãy nói rõ cách đo như thế nào.

b) Tính độ dài x của khoảng cách AB.



Giải

a) Cách đo: Để đo khoảng cách giữa hai điểm A, B ta dùng dụng cụ đơn giản là êke và thước đo độ dài. Cách đo như sau:

– Ở vị trí A, đo góc $\widehat{BAC} = 90^0$, từ đó xác định được tia AC vuông góc với tia AB (dùng hai cạnh góc vuông của ekê xác định hai tia AB và AC).

– Dựng ở vị trí D đoạn thẳng DF vuông góc với AC (dùng êke đo góc $\widehat{FDC} = 90^0$)

– Ngắm nhìn BF cắt tia AD ở C. (Ba điểm B, F, C thẳng hàng).

– Đo độ dài AD = m, DC = n; DF = a.

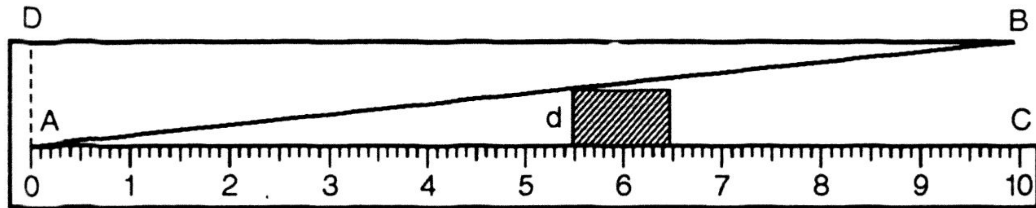
b) Tính khoảng cách AB = x?

Vì AB // DF nên ΔABC ∽ ΔDFC

$$\Rightarrow \quad \frac{AB}{DF} = \frac{AC}{DC}$$

$$\Rightarrow \quad AB = \frac{AC.DF}{DC} \text{ hay } x = \frac{a(m+n)}{n}.$$

55. Hình dưới đây mô tả dụng cụ đo bề dày của một số loại sản phẩm. Dụng cụ này gồm thước AC được chia đến 1mm và gắn với một bản kim loại hình tam giác ABD, khoảng cách BC = 10mm.



Muốn đo bề dày của vật, ta kẹp vật vào giữa bản kim loại và thước (đáy của vật áp vào bề mặt thước AC). Khi đó, trên thước AC ta đọc được "bề dày" d của vật (trên hình vẽ ta có d = 5,5mm).

Hãy chỉ rõ định lí nào của hình học là cơ sở để ghi các vạch trên thước AC (d ≤ 10mm).

Giải

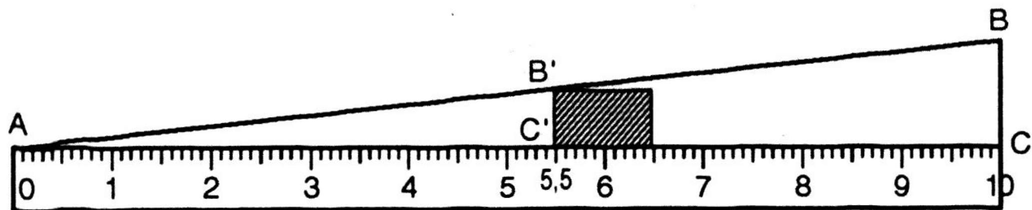
Vì B'C' // BC nên ΔAC'B' ∽ ΔACB.

$$\Rightarrow \quad \frac{B'C'}{BC} = \frac{AC'}{AC}$$

$$\Rightarrow \quad B'C' = \frac{BC.AC'}{AC} = \frac{10}{100}AC' = \frac{1}{10}AC'$$

Vậy khi đọc AC' = 5,5cm thì đọc $B'C' = \frac{1}{10}.5,5cm = 5,5mm$

Vậy người ta áp dụng định lí về hai tam giác đồng dạng để ghi các vạch trên thước AC.



ÔN TẬP CHƯƠNG III

A. Lí thuyết

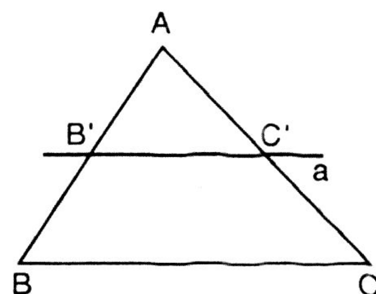
1. Đoạn thẳng tỉ lệ

a) Định nghĩa: AB, CD tỉ lệ với A'B', C'D' $\Leftrightarrow \dfrac{AB}{CD} = \dfrac{A'B'}{C'D'}$

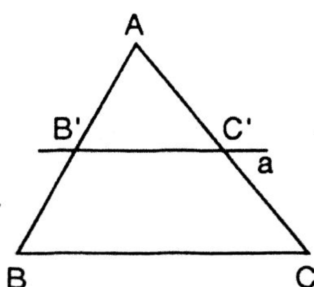
b) Tính chất: $\dfrac{AB}{CD} = \dfrac{A'B'}{C'D'} \Rightarrow \begin{cases} AB.C'D' = CD.A'B' \\ \dfrac{AB \pm CD}{CD} = \dfrac{A'B' \pm C'D'}{C'D'} \\ \dfrac{AB}{CD} = \dfrac{A'B'}{C'D'} = \dfrac{AB \pm A'B'}{CD \pm C'D'} \end{cases}$

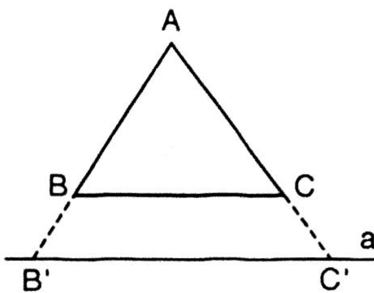
2. Định lí Ta-lét thuận và đảo:

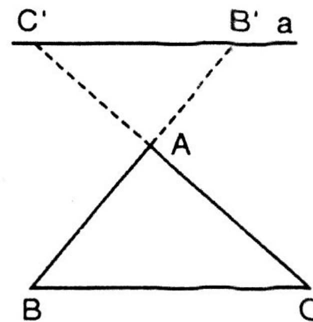
$\begin{cases} \Delta ABC \\ a \;//\; BC \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \dfrac{AB'}{AB} = \dfrac{AC'}{AC} \\ \dfrac{AB'}{BB'} = \dfrac{AC'}{CC'} \\ \dfrac{BB'}{AB} = \dfrac{CC'}{AC} \end{cases}$



3. Hệ quả của định lí Ta-lét:





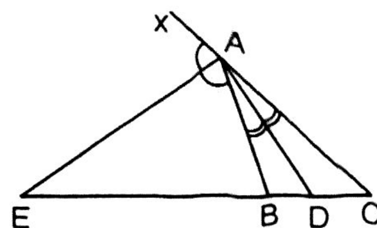


$\begin{cases} \Delta ABC \\ a \;//\; BC \end{cases} \Rightarrow \dfrac{AB'}{AB} = \dfrac{AC'}{AC} = \dfrac{B'C'}{BC}$

4. Tính chất của đường phân giác trong tam giác:

AD là tia phân giác của góc BAC, AE là tia phân giác của góc BAx (hình bên)

$\Rightarrow \dfrac{AB}{AC} = \dfrac{DB}{DC} = \dfrac{EB}{EC}$

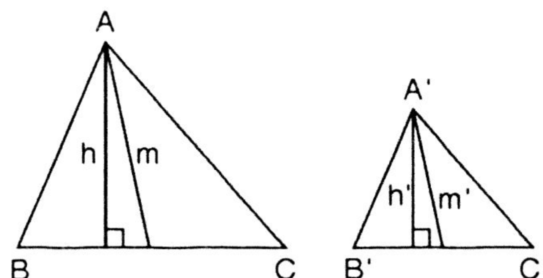


5. Tam giác đồng dạng:

a) Định nghĩa:

$\Delta A'B'C' \backsim \Delta ABC$ (Tỉ số đồng dạng k) $\Leftrightarrow \begin{cases} \widehat{A'} = \widehat{A};\ \widehat{B'} = \widehat{B};\ \widehat{C'} = \widehat{C} \\ \dfrac{A'B'}{AB} = \dfrac{B'C'}{BC} = \dfrac{C'A'}{CA} = k \end{cases}$

b) Tính chất: $\dfrac{h'}{h} = k$; $\dfrac{m'}{m} = k$ (h, m, h', m' tương ứng là đường cao, đường trung tuyến của ΔABC và ΔA'B'C').



$\dfrac{p'}{p} = k$; $\dfrac{S'}{S} = k^2$

(p', p tương ứng là nửa chu vi của tam giác A'B'C' và tam giác ABC; S', S tương ứng là diện tích của tam giác A'B'C' và tam giác ABC)

6. Liên hệ giữa các trường hợp đồng dạng và các trường hợp bằng nhau của hai tam giác ABC và A'B'C':

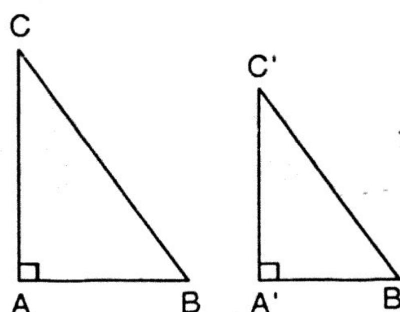
Các trường hợp đồng dạng:	Các trường hợp bằng nhau:
a) $\dfrac{A'B'}{AB} = \dfrac{B'C'}{BC} = \dfrac{C'A'}{CA}$ (c.c.c)	a) A'B' = AB; B'C' = BC A'C' = AC (c.c.c)
b) $\dfrac{A'B'}{AB} = \dfrac{B'C'}{BC}$ VÀ $\widehat{B'} = \widehat{B}$ (c.g.c)	b) A'B' = AB; B'C' = BC và $\widehat{B'} = \widehat{B}$ (c.g.c)
c) $\widehat{A'} = \widehat{A}$; $\widehat{B'} = \widehat{B}$ (g.g)	c) $\widehat{A'} = \widehat{A}$; $\widehat{B'} = \widehat{B}$ và A'B' = AB (g.c.g)

7. Các trường hợp đồng dạng của hai tam giác vuông ABC và A'B'C' ($\widehat{A'} = \widehat{A} = 90^0$)

a) $\dfrac{A'B'}{AB} = \dfrac{A'C'}{AC}$

b) $\widehat{B'} = \widehat{B}$ hoặc $\widehat{C'} = \widehat{C}$

c) $\dfrac{A'B'}{AB} = \dfrac{B'C'}{BC}$



B. Bài tập

56. Xác định tỉ số của hai đoạn thẳng AB và CD trong các trường hợp sau:

a) AB = 5cm; CD = 15cm;

b) AB = 45dm; CD = 150cm;

c) AB = 5CD

Giải

a) Ta có: $\frac{AB}{CD} = \frac{5}{15} = \frac{1}{3}$

b) Ta có: AB = 45dm = 450cm.

Do đó ta có thể xác định tỉ số $\frac{AB}{CD}$ bằng hai cách:

Cách 1: $\frac{AB}{CD} = \frac{45}{15} = 3$

Cách 2: $\frac{AB}{CD} = \frac{450}{150} = 3$

c) Ta có AB = 5CD $\Rightarrow \frac{AB}{CD} = 5$

57. Cho tam giác ABC (AB < AC). Vẽ đường cao AH, đường phân giác trong AD, đường trung tuyến AM. Có nhận xét gì về vị trí của ba điểm H, D, M.

Giải

a) Nhận xét: Vẽ ΔABC (AB < AC) khi vẽ đường cao AH, đường phân giác trong AD và đường trung tuyến AM. (Các điểm H, D, M đều nằm trên cạnh BC).

Ta nhận thấy điểm D luôn nằm giữa hai điểm H và M.

b) Giải thích:

– Từ tính chất của đường phân giác trong tam giác, ta có:

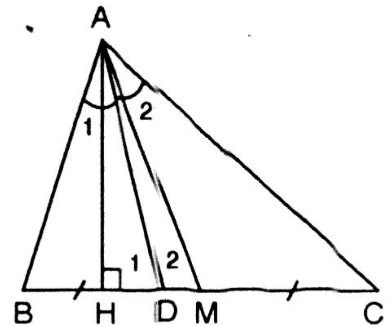
$\frac{DB}{DC} = \frac{AB}{AC}$ vì AB < AC (giả thiết)

$\Rightarrow$ DB < DC $\Rightarrow$ 2DC > DB + DC (cộng vào 2 vế với DC)

và DB + DC = BC = 2MC $\Rightarrow$ DC > MC

Vậy điểm D nằm bên trái điểm M trên BC.

– Mặt khác, ta cũng có:



$$\widehat{CAH} = 90^0 - \hat{C} = \left(\frac{\hat{A}}{2} + \frac{\hat{B}}{2} + \frac{\hat{C}}{2}\right) - \hat{C}$$

$$= \frac{\hat{A}}{2} + \frac{\hat{B}}{2} - \frac{\hat{C}}{2} = \frac{\hat{A}}{2} + \left(\frac{\hat{B} - \hat{C}}{2}\right)$$

Vì AC > AB $\Rightarrow \hat{B} > \hat{C} \Rightarrow \hat{B} > \hat{C} > 0 \Rightarrow \frac{\hat{B} - \hat{C}}{2} > 0$

Từ đó suy ra: $\widehat{CAH} = \frac{\hat{A}}{2} + \frac{\hat{B}}{2} + \frac{\hat{B} - \hat{C}}{2} > \frac{\hat{A}}{2}$

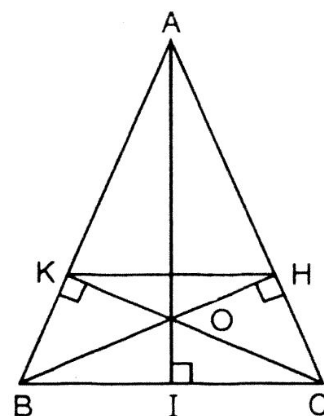
Điều này chứng tỏ rằng tia AD phải nằm giữa hai tia AH và AC và suy ra điểm H phải nằm bên trái điểm D.

58. Cho tam giác cân ABC (AB = AC), vẽ các đường cao BH, CK (hình dưới).

a) Chứng minh BK = CH.

b) Chứng minh KH // BC.

c) Cho biết BC = a, AB = AC = b. Tính độ dài đoạn thẳng HK.



* Hướng dẫn câu c):

– Vẽ thêm đường cao AI, xét hai tam giác đồng dạng IAC và HBC rồi tính CH.

– Tiếp theo, xét hai tam giác đồng dạng AKH và ABC rồi tính HK.

Giải

a) Xét hai tam giác vuông BKC và CHB, ta có: BC: cạnh huyền chung.

$\widehat{B} = \widehat{C}$ (gt)

Vậy $\Delta BKC = \Delta CHB$ (ch.gn). Suy ra BK = CH (đpcm).

b) Ta có: AB = AC (gt) và BK = CH (cmt)

Suy ra AB – BK = AC – CH hay AK = AH. Vậy $\frac{AK}{AB} = \frac{AH}{AC}$.

Theo định lí Ta-lét điều này chứng tỏ rằng KH // BC (đpcm).

c) Vẽ thêm đường cao AI.

– Xét hai tam giác vuông IAC và HBC, ta có: $\widehat{I} = \widehat{H} = 90^0$; $\widehat{C}$: chung

Vậy $\Delta IAC \backsim \Delta HBC$.

$$\text{Suy ra } \frac{IC}{HC} = \frac{AC}{BC} \text{ hay } \frac{\frac{1}{2}a}{HC} = \frac{b}{a} \Rightarrow HC = \frac{a^2}{2b}$$

$$\text{Mà } AC = AH + HC \Rightarrow AH = AC - HC = b - \frac{a^2}{2b} = \frac{2b^2 - a^2}{2b}$$

– Theo câu b) ta có KH // BC, suy ra:

$$\frac{AH}{AC} = \frac{KH}{BC} \Rightarrow KH = \frac{AH.BC}{AC}$$

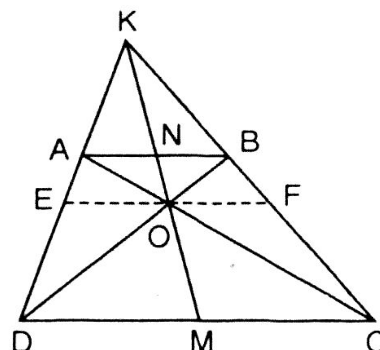
$$KH = \left(\frac{2b^2 - a^2}{2b}\right).\frac{a}{b} = a - \frac{a^3}{2b^2}$$

Vậy $HK = a - \frac{a^3}{2b^2}$.

59. Hình thang ABCD (AB // CD) có AC và BD cắt nhau tại O và BC cắt nhau tại K. Chứng minh rằng OK đi qua trung điểm của các cạnh AB và CD.

Giải

Vẽ thêm đường thẳng EF đi qua O và song song với CD ($E \in AD$ và $F \in BC$). Đường thẳng KO cắt AB ở N và CD tại M.



- Xét hai tam giác ADC và BDC, ta có:

$$\frac{EO}{DC} = \frac{AO}{AC} \ (1) \text{ và } \frac{OF}{DC} = \frac{BO}{BD} \ (2)$$

- Vì ABCD là hình thang nên AB // CD. Ta có:

$$\frac{OA}{OC} = \frac{OB}{OD} \Rightarrow \frac{OA}{OA + OC} = \frac{OB}{OD + OB}$$

hay $\frac{OA}{AC} = \frac{OB}{BD}$ (3)

Từ (1), (2) và (3) ta suy ra: $\frac{EO}{DC} = \frac{OF}{DC}$. Vậy EO = OF.

Từ đó ta có: $\frac{AN}{EO} = \frac{KN}{KO}$ và $\frac{BN}{FO} = \frac{KN}{KO}$

Suy ra $\frac{AN}{EO} = \frac{BN}{FO}$ hay $\frac{AN}{EO} = \frac{BN}{EO}$

Suy ra AN = BN. Vậy N là trung điểm của AB (*)

- Tương tự ta cũng có: $\frac{DM}{EO} = \frac{KM}{KO}$ và $\frac{MC}{FO} = \frac{KM}{KO} \Rightarrow \frac{DM}{EO} = \frac{MC}{FO}$

$$\Rightarrow \quad DM = MC \text{ (do } EO = FO : \text{cmt)}$$

Vậy M là trung điểm của DC (**).

Từ (*) và (**) chứng tỏ rằng đường thẳng OK đi qua trung điểm N và M của các cạnh AB và CD (đpcm)

60. Cho tam giác vuông ABC, $\hat{A} = 90^0$, $\hat{C} = 30^0$ và đường phân giác BD (D thuộc cạnh AC).

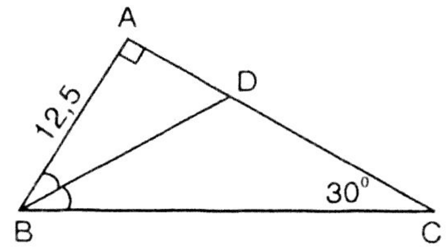
a) Tính tỉ số $\frac{AD}{CD}$.

b) Cho biết độ dài AB = 12,5cm hãy tính chu vi và diện tích của tam giác ABC.

Giải

a) Vì ΔABC vuông tại A và có $\hat{C} = 30^0$. Vậy ΔABC là nửa tam giác đều có cạnh là BC và đường cao CA $\Rightarrow AB = \frac{1}{2}BC$.

Vì BD là đường phân giác của góc B nên:



$$\frac{AD}{CD} = \frac{BA}{BC} = \frac{\frac{1}{2}BC}{BC} = \frac{1}{2}$$

Vậy $\frac{AD}{CD} = \frac{1}{2}$.

b) – Ta có $AB = \frac{1}{2}BC \Rightarrow BC = 2AB = 2.12,5 = 25$ (cm)

Vì ΔABC vuông tại A nên: $BC^2 = AB^2 + AC^2$

$$\Rightarrow AC = \sqrt{BC^2 - AB^2} = \sqrt{25^2 - 12,5^2} = \sqrt{625 - 156,25}$$

$$= \sqrt{468,75} \approx 21,65 \text{ (cm)}.$$

– Gọi p và S lần lượt là chu vi và diện tích của ΔABC, ta có:

$$p = AB + BC + CA = 12,5 + 25 + 21,65 = 59,15 \text{ (cm)}$$

$$S = \frac{1}{2}AB.\ AC = \frac{1}{2}.12,5.21,65 = 135,31 \text{ (cm}^2\text{)}.$$

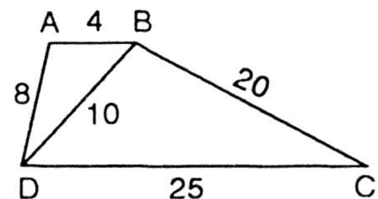
61. Tứ giác ABCD có AB = 4cm, BC = 20cm, CD = 25cm, DA = 8cm, đường chéo BD = 10cm.

a) Nêu cách vẽ tứ giác ABCD có kích thước đã cho ở trên.

b) Các tam giác ABD và BDC có đồng dạng với nhau không? Vì sao?

c) Chứng minh rằng AB // CD.

Giải



a) Dựng hình thang ABCD:

– Trước hết vẽ tam giác BDC với độ dài ba cạnh đã biết trước bằng cách:

+ Vẽ DC = 25cm.

+ Vẽ đường tròn tâm D bán kính 10cm và đường tròn tâm C bán kính 20cm, chúng cắt nhau tại B. Nối BD với BC, ta được ΔBDC.

– Xác định đỉnh A của hình thang ABCD:

Lấy D làm tâm vẽ đường tròn tâm D, bán kính 8cm và lấy B làm tâm vẽ đường tròn tâm B, bán kính 4cm, chúng cắt nhau tại A. Nối A với B và A với D.

Ta được hình thang ABCD thỏa mãn các điều kiện của đề bài.

b) Xét hai tam giác ABD và BDC, ta có:

$$\left.\begin{aligned}\frac{AB}{BD}&=\frac{4}{10}=\frac{2}{5}\\ \frac{BD}{DC}&=\frac{10}{25}=\frac{2}{5}\\ \frac{AD}{BC}&=\frac{8}{20}=\frac{2}{5}\end{aligned}\right\} \Rightarrow \frac{AB}{BD}=\frac{BD}{DC}=\frac{AD}{BC}.$$ Vậy $\Delta ABD \backsim \Delta BDC$ (c.c.c)

c) Vì $\Delta ABD \backsim \Delta BDC \Rightarrow \widehat{ABD} = \widehat{BDC}$ và $\widehat{ABD}$ so le trong với $\widehat{BDC}$.

Vậy AB // CD (đpcm).

CÂU HỎI TRẮC NGHIỆM CHƯƠNG III

1. *Chọn câu trả lời đúng.* Cho tỉ số : $\frac{AB}{CD} = \frac{7}{8}$ và AB = 14 cm. Độ dài của CD là :

(A) $\frac{49}{4}$ cm (B) $\frac{1}{56}$ cm (C) 16 cm (D) 14 cm.

2. *Chọn câu trả lời đúng.* Cho độ dài của AB gấp 4 lần độ dài MN. Độ dài MN gấp 10 lần độ dài của PQ. Tỉ số của hai đoạn thẳng AB và PQ là :

(A) $\frac{2}{5}$ (B) $\frac{5}{2}$ (C) 40 (D) $\frac{1}{40}$.

3. *Chọn câu trả lời đúng.* Cho tam giác ABC. Lấy P, Q trên các cạnh AB, AC sao cho PQ // BC và AP = 8 cm, PB = 6 cm, AQ = 10 cm. Độ dài cạnh AC là :

(A) 17,5 cm (B) 7,5 cm (C) 0,8 cm (D) 8 cm.

4. *Chọn câu trả lời đúng.* Cho tam giác ABC, một đường thẳng d song song BC cắt AB, AC lần lượt tại M, N. Ta có :

(A) $\frac{S_{AMN}}{S_{ABC}} = \left(\frac{AN}{AB}\right)^2$ (B) $\frac{S_{AMN}}{S_{ABC}} = \left(\frac{AM}{AC}\right)^2$

(C) $\frac{S_{AMN}}{S_{ABC}} = \left(\frac{AM}{BC}\right)^2$ (D) $\frac{S_{AMN}}{S_{ABC}} = \left(\frac{AM}{AB}\right)^2$.

5. *Chọn câu trả lời đúng.* Cho hình chữ nhật ABCD có AB = 12 cm, BC = 18 cm. Gọi I là trung điểm BC, đường thẳng AI, cắt DC tạ L. Độ dài IL là :

(A) 12 cm (B) 15 cm (C) 18 cm (D) 16 cm.

6. *Chọn câu trả lời đúng.* Cho tam giác ABC. Trên đường cao AH lấy các điểm I, K sao cho AI = IK = KH. Qua K, I kẻ các đường thẳng song

song với BC cắt AB, AC lần lượt tại M, N, Q và P. Biết diện tích tam giác ABC bằng 360 cm^2. Diện tích tứ giác MNPQ là :

(A) 180 cm^2 (B) 120 cm^2 (C) 60 cm (D) 90 cm^2.

7. *Chọn câu trả lời đúng.* Cho tam giác ABC có độ dài các cạnh AB = 5 cm, AC = 6 cm và AK là đường phân giác. Ta có :

(A) $\frac{BK}{BC} = \frac{5}{6}$ (B) $\frac{BK}{KC} = \frac{5}{6}$ (C) $\frac{KC}{BC} = \frac{5}{6}$ (D) $\frac{KC}{KB} = \frac{5}{6}$.

8. *Chọn câu trả lời đúng.* Cho tam giác ABC có độ dài các cạnh AB = m, AC = n, AI là đường phân giác của góc BAC. Tỉ số diện tích của tam giác ABI và diện tích tam giác ACI là :

(A) $\frac{m+n}{m}$ (B) $\frac{m+n}{n}$ (C) $\frac{m}{n}$ (D) $\frac{n}{m}$.

9. *Tìm câu trả lời sai.* Cho tam giác ABC, đường trung tuyến AM. Tia phân giác của góc AMB cắt AB tại I, đường phân giác góc AMC cắt AC tại K. Cho AM = 4, BC = 6. Ta có :

(A) $\frac{AK}{KC} = \frac{AI}{IB}$ (B) $\frac{AI}{AB} = \frac{AK}{AC}$ (C) $\frac{MB}{MA} = \frac{BI}{IA}$ (D) $\frac{KI}{BC} = \frac{AI}{IB}$.

10. *Chọn câu trả lời đúng.* Cho tam giác ABC. Điểm I là chân đường phân giác trong của góc $\widehat{ABC}$. Qua I vẽ đường thẳng song song với BC cắt AB tại K. Cho AB = 6 cm, BC = 9 cm. Ta có :

(A) $\frac{AK}{AB} = \frac{2}{3}$ (B) $\frac{AK}{AB} = \frac{3}{2}$ (C) $\frac{AK}{AB} = \frac{5}{2}$ (D) $\frac{AK}{AB} = \frac{2}{5}$.

11. *Tìm câu trả lời sai.* Cho tam giác ABC và tam giác A'B'C' đồng dạng với nhau thì :

(A) $\frac{AB}{A'B'} = \frac{AC}{A'C'}$ (B) $\frac{BC}{B'C'} = \frac{AC}{A'C'}$

(C) $\widehat{A} = \widehat{A'}$; $\widehat{B} = \widehat{B'}$ (D) $\widehat{A} = \widehat{B'}$; $\widehat{B} = \widehat{A'}$.

12. *Chọn câu trả lời đúng.* Cho ΔABC ∽ ΔDEF có AB = 6 cm, AC = 12 cm, DE = 5 cm. Độ dài DF là :

(A) 10 cm (B) 11 cm (C) 18 cm (D) 17 cm.

13. *Chọn câu trả lời đúng.* Cho ΔABC và ΔA'B'C' theo tỉ số đồng dạng $k = \frac{3}{2}$. Chu vi ΔABC là 36 cm. Chu vi ΔA'B'C' là :

(A) 18 cm (B) 24 cm (C) 12 cm (D) 72 cm.

14. *Chọn câu trả lời đúng.* Cho hình thang ABCD (AB // CD). O là giao điểm của AC và BD. Đường thẳng qua O song song với hai đáy cắt AD tại E. Cho AB = 4 dm, DC = 6 dm. Tỉ số đồng dạng của các tam giác AOE và ACD là :

(A) $\frac{2}{3}$ (B) $\frac{3}{2}$ (C) $\frac{12}{5}$ (D) $\frac{2}{5}$.

15. *Chọn câu trả lời đúng.* Cho tam giác ABC và DEF có : $\frac{AB}{DF} = \frac{AC}{DE} = \frac{BC}{FE}$ thì :

(A) ΔABC ∽ ΔDEF (B) ΔABC ∽ ΔEDF

(C) ΔABC ∽ ΔDFE (D) ΔABC ∽ ΔEFD.

16. *Chọn câu trả lời đúng.* Cho ΔABC đồng dạng với tam giác A'B'C'. Có AB = 6 cm, AC = 5 cm, BC = 9 cm và chu vi của tam giác A'B'C' = 60 cm. Độ dài các cạnh của tam giác A'B'C' (A'B', A'C', B'C') là :

(A) 18 cm, 15 cm và 27 cm (B) 18 cm, 15 cm và 18 cm

(C) 18 cm, 10 cm và 27 cm (D) 18 cm, 30 cm và 12 cm.

17. *Chọn câu trả lời đúng.* Cho ΔABC ∽ ΔA'B'C' theo tỉ số k. Gọi AM, A'M' lần lượt là hai trung tuyến của tam giác ABC và A'B'C'. Tỉ số hai đường trung tuyến AM và A'M' bằng :

(A) $\frac{1}{2}k$ (B) $\frac{1}{2}k^2$ (C) $\frac{1}{k}$ (D) k.

18. *Chọn câu trả lời đúng.* Cho hình thang ABCD (AB // CD), có AB = 12 cm, CD = 27 cm, $\widehat{DAB} = \widehat{DBC}$. Tính độ dài đường chéo BD.

(A) 18 cm (B) 19,5 cm (C) 19 cm (D) 18,5 cm.

19. *Chọn câu trả lời đúng.* Cho hình bình hành ABCD. Có AB = 12 cm, BC = 7 cm. Trên cạnh AB lấy E sao cho AE = 8 cm. Đường thẳng DE cắt BC tại F. Tìm độ dài BF.

(A) 3,5 cm (B) 4 cm (C) 14 cm (D) 4,5 cm

20. *Chọn câu trả lời đúng.* Cho tam giác vuông ABC và A'B'C' tại A và B', có $\frac{AB}{A'B'} = \frac{AC}{B'C'}$ thì :

(A) ΔABC ∽ ΔA'B'C' (B) ΔABC ∽ ΔA'C'B'

(C) ΔABC ∽ ΔB'A'C' (D) ΔABC ∽ ΔB'C'A'.

21. *Chọn câu trả lời đúng.* Cho tam giác ABC vuông tại A. Đường AH chia cạnh huyền thành hai đoạn thẳng có độ dài 9 cm và 16 cm. Tính diện tích tam giác vuông đó.

(A) 144 cm^2 (B) 210 cm^2 (C) 72 cm^2 (D) 150 cm^2.

22. *Chọn câu trả lời đúng.* Cho tam giác ABC có cạnh AB = 10, AC = 14. Tia phân giác của góc A cắt BC tại M. Gọi P, Q lần lượt là hình chiếu của B và C trên đường thẳng AM. Tỉ số của MP và MQ là bao nhiêu ?

(A) $\frac{5}{7}$ (B) $\frac{7}{5}$ (C) $\frac{10}{7}$ (D) $\frac{7}{10}$.

23. *Chọn câu trả lời đúng.* Cho tứ giác ABCD có $\widehat{B} + \widehat{D} = 180^\circ$, AD cắt BC tại Q. Chứng minh được :

(A) $\frac{QA}{QB} = \frac{QD}{QC}$ (B) $\frac{QA}{QD} = \frac{QB}{QC}$ (C) $\frac{QA}{QB} = \frac{QC}{QD}$ (D) $\frac{QA}{QD} = \frac{QC}{QB}$.

24. *Chọn câu trả lời đúng.* Cho tam giác ABC. Trên đường thẳng chứa các cạnh AB, BC, AC lấy các điểm M, N, P sao cho các điểm này không trùng các đỉnh của tam giác và ba điểm này thẳng hàng. Khi đó tích của các tỉ số : $\frac{BM}{AM}.\frac{AP}{PC}.\frac{NC}{NB}$ bằng bao nhiêu ?

(A) $\frac{1}{3}$ (B) $\frac{1}{6}$ (C) 1 (D) 3.

25. *Chọn câu trả lời đúng.* Cho hình bình hành ABCD. Qua A vẽ một đường thẳng sao cho đường thẳng này cắt BD tại P, cắt DC, BC tại M, N. Khi đó : $\frac{AP}{AM} + \frac{AP}{AN}$ bằng bao nhiêu ?

(A) 1 (B) 2 (C) $\frac{1}{2}$ (D) $\frac{2}{3}$.

26. *Chọn câu trả lời đúng.* Cho hình thang ABCD (AB // CD). Gọi O là giao điểm của AC và BD. Qua O kẻ đường thẳng song song với hai đáy và cắt AD, BC tại M, N. Khi đó :

(A) OM = 2ON (B) OM = ON (C) OM = $\frac{1}{2}$ON (D) $\frac{DA}{AB} = \frac{CE}{DE}$.

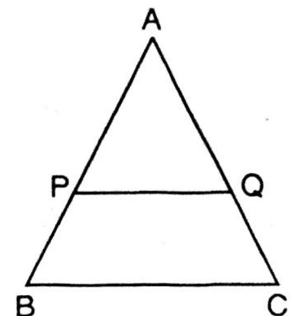
ĐÁP ÁN CÂU HỎI TRẮC NGHIỆM CHƯƠNG III

1. $\frac{AB}{CD} = \frac{7}{8} \Rightarrow CD = \frac{8}{7}AB = \frac{8}{7}.14 = 16$ cm. *Chọn câu C.*

2. Dùng đoạn thẳng MN làm đơn vị đo độ dài ta có : AB = 4MN ; MN = 10PQ

Tỉ số : $\frac{AB}{PQ} = \frac{4MN}{\frac{1}{10}MN} = 4.\frac{10}{1} = 40$. *Chọn câu C.*

3. Ta có : PQ // BC. Theo định lí Ta-let ta có :



$$\frac{AP}{AB} = \frac{AQ}{AC} \Leftrightarrow \frac{AP}{AP+PB} = \frac{AQ}{AC}$$

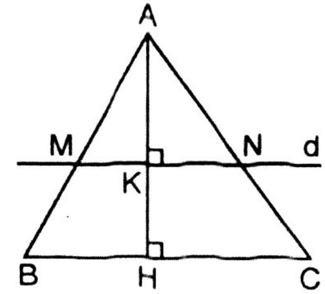
$$\Leftrightarrow \frac{8}{8+6} = \frac{10}{AC} \Rightarrow AC = \frac{14 \times 10}{8} = 17{,}5 \text{ (cm)}.$$

Chọn câu A

4. Gọi AH là đường cao ΔABC.

K là giao điểm của AH và MN

Khi đó AK cũng là đường cao của ΔAMN.



Ta có : $S_{AMN} = \frac{1}{2}.AK.MN$

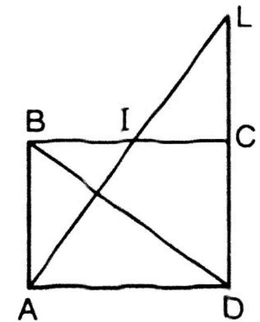
$S_{ABC} = \frac{1}{2}.AH.BC \Rightarrow \frac{S_{AMN}}{S_{ABC}} = \frac{AK.MN}{AH.BC}$

Mà : Theo định lí Ta-let ta có : $\frac{AK}{AH} = \frac{AM}{AB}$

Theo hệ quả của định lí Ta-let, ta có : $\frac{MN}{BC} = \frac{AM}{AB}$

$\Rightarrow \quad \frac{S_{AMN}}{S_{ABC}} = \frac{AM}{AB}.\frac{AM}{AB} = \left(\frac{AM}{AB}\right)^2$. *Chọn câu D.*

5. Áp dụng định lí Py-ta-go vào ΔABI vuông tại B.



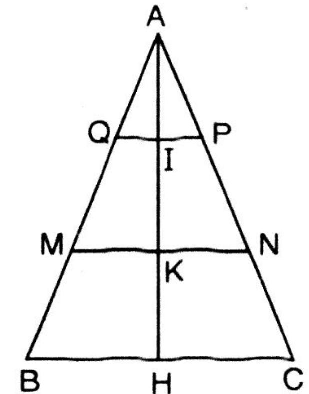
$AI = \sqrt{AB^2 + BI^2} = \sqrt{12^2 + \left(\frac{18}{2}\right)^2} = 15$

Theo hệ quả của định lí Ta-let :

$\frac{LI}{LA} = \frac{IC}{AD} \Leftrightarrow \frac{LI}{LI + AI} = \frac{IC}{AD} \Leftrightarrow \frac{LI}{LI + 15} = \frac{9}{18} = \frac{1}{2}$

$\Leftrightarrow \quad \frac{LI + 15}{LI} = \frac{2}{1} \Leftrightarrow 1 + \frac{15}{LI} = 2 \Rightarrow LI = 15$. *Chọn câu B.*

6. Ta có : $\frac{PQ}{BC} = \frac{AQ}{AB}$ (hệ quả của định lí Ta-let)



$\frac{AQ}{AB} = \frac{AI}{AH}$ (định lí Ta-let)

$\Rightarrow \quad \frac{PQ}{BC} = \frac{AI}{AH} = \frac{1}{3} \Rightarrow PQ = \frac{1}{3}BC$

$\frac{MN}{BC} = \frac{AM}{AB}$ (hệ quả của định lí Ta-let)

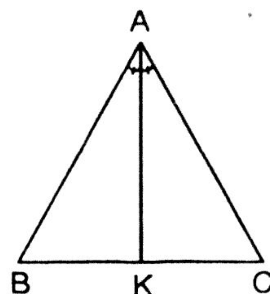
$\frac{AM}{AB} = \frac{AK}{AH}$ (định lí Ta-let)

$\Rightarrow \quad \frac{MN}{BC} = \frac{AK}{AH} = \frac{2}{3} \Rightarrow MN = \frac{2}{3}BC$

$S_{MNPQ} = \frac{1}{2}.IK(PQ + MN) = \frac{1}{2}.\frac{1}{3}AH\left(\frac{1}{3}BC + \frac{2}{3}BC\right)$

$= \frac{1}{3}.\frac{1}{2}.AH.BC = \frac{1}{3}S_{ABC} = \frac{1}{3}.360 = 120\ cm^2$. *Chọn câu B.*

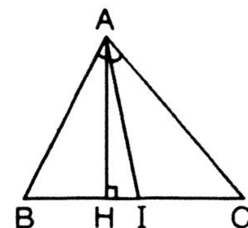
7. Theo tính chất đường phân giác trong ΔABC, ta có :



$$\frac{KB}{KC} = \frac{AB}{AC} = \frac{5}{6}.$$ *Chọn câu B.*

8. Gọi AH là đường cao của ΔABC.

Khi đó : Hai tam giác ABI và ACI có chung đường cao AH.



Ta có : $S_{ABI} = \frac{1}{2}.AH.BI$

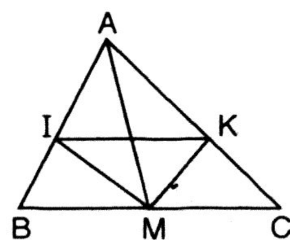
$S_{ACI} = \frac{1}{2}.AH.IC \quad \Rightarrow \quad \frac{S_{ABI}}{S_{ACI}} = \frac{BI}{IC}$

Mà theo tính chất đường phân giác trong ΔABC

$$\frac{BI}{IC} = \frac{AB}{AC} \Rightarrow \frac{S_{ABI}}{S_{ACI}} = \frac{AB}{AC} = \frac{m}{n}.$$ *Chọn câu C.*

9. Áp dụng định lí về đường phân giác trong ΔAMB, ΔAMC :

$$\frac{AI}{IB} = \frac{AM}{BM} = \frac{4}{3}$$

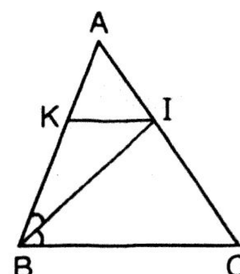


$$\frac{AK}{KC} = \frac{AM}{MC} = \frac{4}{3} \Rightarrow \frac{AI}{IB} = \frac{AK}{KC} \Rightarrow IK \parallel BC.$$

Theo định lí Ta-let : $\frac{IK}{BC} = \frac{AI}{AB} \neq \frac{AI}{IB}$. *Chọn câu D.*

10. Theo tính chất của đường phân giác trong ΔABC.

$$\frac{AI}{IC} = \frac{AB}{BC} = \frac{6}{9} = \frac{2}{3}$$



Theo định lí Ta-let (KI // BC)

$$\frac{AB}{AK} = \frac{AC}{AI} = \frac{AI + IC}{AI} = 1 + \frac{3}{2} = \frac{5}{2} \Rightarrow \frac{AK}{AB} = \frac{2}{5}.$$

Chọn câu D.

11. *Chọn câu D.*

12. $\Delta ABC \backsim \Delta DEF \quad \Rightarrow \frac{AB}{DE} = \frac{AC}{DF} \Rightarrow DF = \frac{AC.DE}{AB} = \frac{12.5}{6} = 10$ cm.

Chọn câu A.

13. Gọi P là chu vi của ΔABC

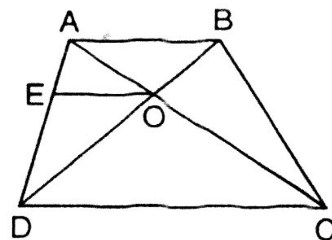
P' là chu vi của $\Delta A'B'C'$.

Ta có : $\frac{AB}{A'B'} = \frac{AC}{A'C'} = \frac{BC}{B'C'} = \frac{3}{2}$

$$\Leftrightarrow \quad \frac{AB+AC+BC}{A'B'+A'C'+B'C'} = \frac{3}{2} \Leftrightarrow \frac{P}{P'} = \frac{3}{2}.$$

$$\Rightarrow \quad P' = \frac{2}{3}.P = \frac{2}{3}.36 = 24 \text{ cm}.$$ *Chọn câu B.*

14. Ta có :



$\Delta DEO \backsim \Delta DAB \quad \Rightarrow \dfrac{DE}{DA} = \dfrac{EO}{AB}$

$\Delta AOE \backsim \Delta ACD \quad \Leftrightarrow \dfrac{AE}{AD} = \dfrac{EO}{DC}$

$$\Leftrightarrow \frac{AD-ED}{AD} = \frac{EO}{DC} \Leftrightarrow 1 - \frac{ED}{AD} = \frac{EO}{DC}$$

$$\Leftrightarrow 1 - \frac{EO}{AB} = \frac{EO}{DC} \Leftrightarrow 1 - \frac{EO}{4} = \frac{EO}{6} \Rightarrow EO = \frac{12}{5} \text{ dm}.$$

Do đó: $\dfrac{EO}{DC} = \dfrac{12}{5} : 6 = \dfrac{2}{5}$. *Chọn câu D.*

15. *Chọn câu C.*

16. Do $\Delta ABC \backsim \Delta A'B'C'$ nên :

$$\frac{AB}{A'B'} = \frac{AC}{A'C'} = \frac{BC}{B'C'} = \frac{AB+AC+BC}{A'B'+A'C'+B'C'} = \frac{6+5+9}{60} = \frac{1}{3}$$

$\Rightarrow \quad A'B' = 3AB = 18$ cm

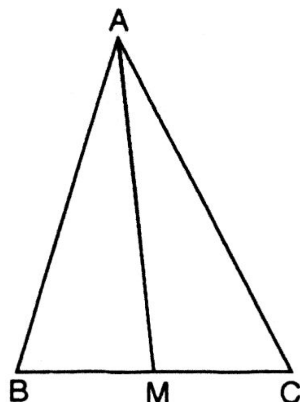
$A'C' = 3AC = 15$ cm

$B'C' = 3BC = 27$ cm. *Chọn câu A.*

17. $\Delta ABC \backsim \Delta A'B'C'$ có : $\dfrac{AB}{A'B'} = \dfrac{BC}{B'C'} = k$

Xét hai tam giác : ΔABM và $\Delta A'B'M'$ có :

$$\frac{BM}{B'M'} = \frac{\frac{1}{2}BC}{\frac{1}{2}B'C'} = \frac{BC}{B'C'} = \frac{AB}{A'B'}$$

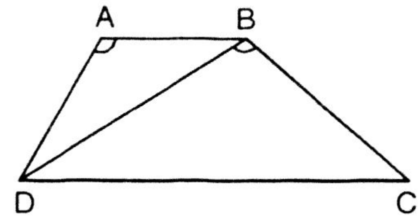




Mà $\widehat{B} = \widehat{B'}$ ($\Delta ABC \backsim \Delta A'B'C'$)

$\Rightarrow$ $\Delta ABM \backsim \Delta A'B'M' \Rightarrow \dfrac{AM}{A'M'} = \dfrac{AB}{A'B'} = k$. *Chọn câu D.*

18. Xét hai tam giác ABD và BDC có :



$\widehat{DAB} = \widehat{DBC}$ (gt)

$\widehat{ABD} = \widehat{BDC}$ (so le trong)

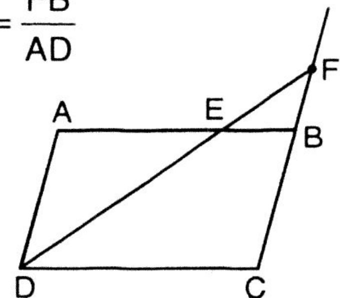
$\Rightarrow$ $\Delta ABD \backsim \Delta BDC$

$\Rightarrow$ $\dfrac{AB}{BD} = \dfrac{BD}{DC} \Rightarrow BD^2 = AB.DC = 12.27 = 324$

$\Rightarrow$ BD = 18 cm. *Chọn câu A.*

19. $\widehat{FEB} = \widehat{DEA}$ (đối đỉnh)

$\widehat{FBE} = \widehat{DAE}$ (so le trong) $\Rightarrow \Delta EFB \backsim \Delta EDA \Rightarrow \dfrac{EB}{EA} = \dfrac{FB}{AD}$



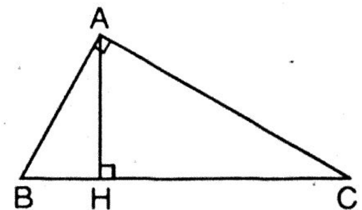
Thay AD = BC = 7 cm.

EB = AB − AE = 12 − 8 = 4 (cm)

$\dfrac{4}{8} = \dfrac{FB}{7} \Rightarrow FB = \dfrac{28}{8} = 3,5$ (cm). *Chọn câu A.*

20. *Chọn câu C.*

21. Ta có : $\Delta ABH \backsim \Delta CAH \Rightarrow \dfrac{AH}{CH} = \dfrac{BH}{AH}$



$AH^2 = BH.CH = 9.16$

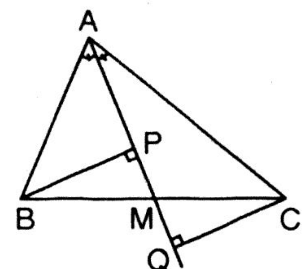
$AH = \sqrt{9.16} = 12$ (cm)

BC = BH + HC = 9 + 16 = 25 (cm)

Diện tích tam giác : $S_{ABC} = \dfrac{1}{2}.AH.BC = \dfrac{1}{2}.12.25 = 150$ (cm^2)

Chọn câu D.

22. Ta có : $\widehat{BAP} = \widehat{CAP}$



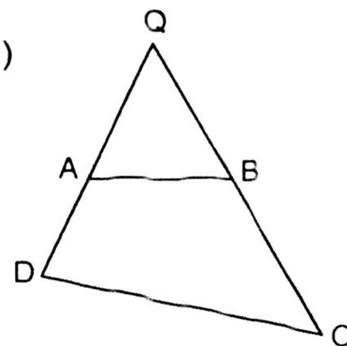
$\widehat{BPQ} = \widehat{CQA} = 90^0 \Rightarrow \Delta ABP \backsim \Delta ACQ$

$\Rightarrow$ $\dfrac{BP}{CQ} = \dfrac{AB}{AC} = \dfrac{10}{14} = \dfrac{5}{7}$

Mà xét $\Delta BPM \backsim \Delta CQM$ ($\widehat{BPM} = \widehat{CQM}$, $\widehat{BMP} = \widehat{CMQ}$)

$\Rightarrow$ $\dfrac{PM}{QM} = \dfrac{BP}{CQ} = \dfrac{5}{7}$. *Chọn câu A.*

23. Ta có : $\hat{B} + \hat{D} = 180^\circ$ mà $\widehat{QBA} + \widehat{ABC} = 180^\circ$ (kề bù)

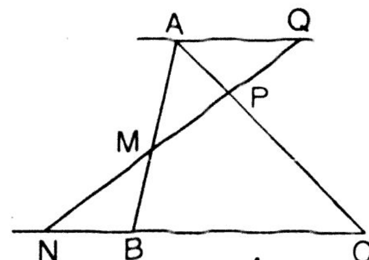


$\Rightarrow \quad \hat{D} = \widehat{QBA}$

$\Rightarrow \quad \Delta QDC \backsim \Delta QBA$ ($\hat{Q}$ chung, $\widehat{QDC} = \widehat{QBA}$)

$\Rightarrow \quad \dfrac{QD}{QB} = \dfrac{QC}{QA} \Rightarrow \dfrac{QA}{QB} = \dfrac{QC}{QD}$. *Chọn câu C.*

24. Qua A kẻ đường thẳng song song với BC cắt đường thẳng NP tại Q.



Theo hệ quả của định lí Ta-let, ta có :

$\dfrac{AQ}{NC} = \dfrac{AP}{PC} \Rightarrow AQ = \dfrac{AP.NC}{PC}$ (1)

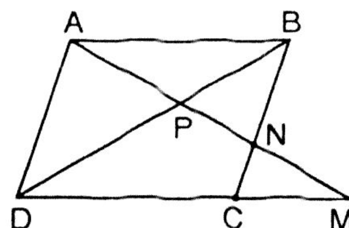
$\dfrac{AQ}{NB} = \dfrac{AM}{BM} \Rightarrow \dfrac{AQ}{NB}.\dfrac{BM}{AM} = \dfrac{AQ}{NB}.\dfrac{NB}{AQ} = 1$

$\Rightarrow \dfrac{AQ}{NB}.\dfrac{BM}{AM} = 1$ (2)

Từ (1) thay AQ vào (2), ta được : $\dfrac{AP.NC}{PC.NB}.\dfrac{BM}{AM} = 1 \Leftrightarrow \dfrac{BM}{AM}.\dfrac{AP}{PC}.\dfrac{NC}{NB} = 1$

Chọn câu C.

25. Ta có: $M \in DC \Rightarrow DM \parallel AB \Rightarrow \dfrac{AP}{AM} = \dfrac{BP}{BD}$ (1)

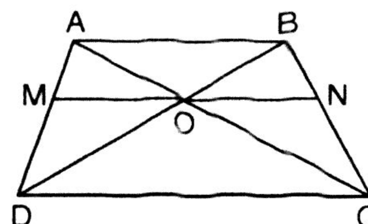


$N \in BC \Rightarrow NB \parallel AD \Rightarrow \dfrac{AP}{AN} = \dfrac{DP}{BD}$ (2)

Cộng (1) và (2) $\Rightarrow \dfrac{AP}{AM} + \dfrac{AP}{AN} = \dfrac{BP}{BD} + \dfrac{DP}{BD} = \dfrac{BP + DP}{BD} = 1$. *Chọn câu A.*

26. Do MN // DC, theo hệ quả của định lí Ta-let, trong ΔADC, ta có :

$\dfrac{MO}{DC} = \dfrac{AO}{AC}$ (2)



Trong ΔBCD có : $\dfrac{ON}{DC} = \dfrac{OB}{BD}$ (1)

Do AB // DC, theo định lí Ta-let trong ΔOCD

$\dfrac{OB}{OD} = \dfrac{OA}{OC} \Rightarrow \dfrac{OB}{OB + OD} = \dfrac{OA}{OA + OC}$

$\Rightarrow \dfrac{OB}{BD} = \dfrac{AO}{AC}$ (3)

Từ (1), (2) và (3), ta có : $\dfrac{MO}{DC} = \dfrac{ON}{DC} \Rightarrow OM = ON$. *Chọn câu B.*

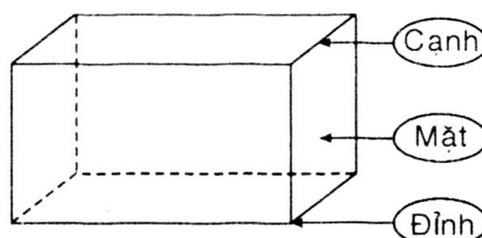
Chương IV. HÌNH LĂNG TRỤ ĐỨNG. HÌNH CHÓP ĐỀU

A. HÌNH LĂNG TRỤ ĐỨNG

§1. HÌNH HỘP CHỮ NHẬT

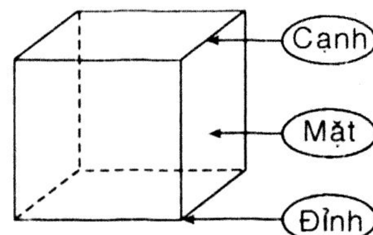
I. KIẾN THỨC CƠ BẢN

1. Hình hộp chữ nhật: Hình hộp chữ nhật là hình không gian có 6 mặt đều là những hình chữ nhật.



- Hình hộp chữ nhật có: 6 mặt, 8 đỉnh và 12 cạnh.
- Hai mặt của hình hộp chữ nhật không có cạnh chung gọi là *hai mặt đối diện* và được xem là hai mặt đáy của hình hộp chữ nhật, khi đó các mặt còn lại gọi là mặt bên.

2. Hình lập phương: là hình hộp chữ nhật có 6 mặt đều là hình vuông.

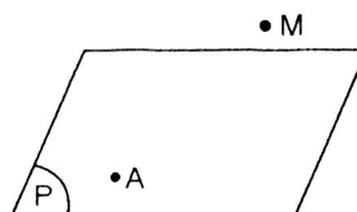


3. Mặt phẳng và đường thẳng:

a) Mặt phẳng:

* Khái niệm: Mặt gương phẳng, mặt bàn, mặt bảng... là hình ảnh về mặt phẳng.
- Biểu diễn một mặt phẳng bởi một hình bình hành.

Ví dụ: Mặt phẳng (P). Kí hiệu mp (P).



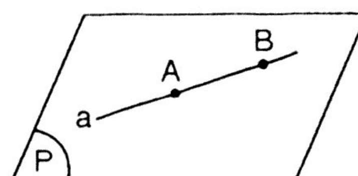
- Điểm thuộc mặt phẳng, điểm không thuộc mặt phẳng.

Ví dụ: Điểm A thuộc mp (P), kí hiệu A $\in$ mp (P).

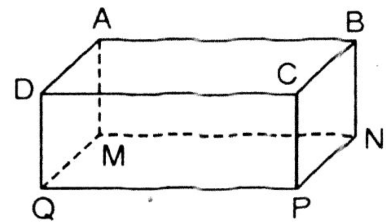
Điểm M không thuộc mp(P), kí hiệu M $\notin$ mp (P).

b) Đường thẳng thuộc mặt phẳng:

* Tính chất: Nếu một đường thẳng a đi qua hai điểm phân biệt A và B của mp (P) thì mọi điểm của đường thẳng a đều thuộc mp (P), kí hiệu: a $\subset$ mp (P).



II. BÀI TẬP SÁCH GIÁO KHOA



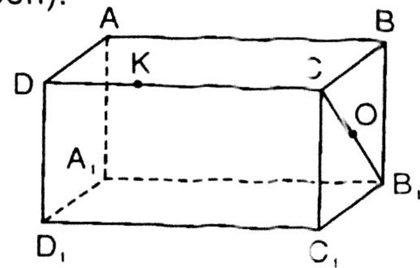
1. Hãy kể tên những cạnh bằng nhau của hình hộp chữ nhật ABCD.MNPQ (hình bên).

Giải

Các cạnh bằng nhau của hình hộp chữ nhật ABCD.MNPQ là:

* AB = CD = MN = PQ (vì ABCD và MNPQ là các hình chữ nhật bằng nhau).
* AD = BC = NP = MQ (vì ADQM và BCPN là các hình chữ nhật bằng nhau)
* DQ = AM = BN = CP (vì QDAM và BCPN là các hình chữ nhật bằng nhau).

2. $ABCD.A_1B_1C_1D_1$ là một hình hộp chữ nhật (hình bên).



a) Nếu O là trung điểm của đoạn CB_1 thì O có là điểm thuộc đoạn BC_1 hay không?

b) K là điểm thuộc cạnh CD, liệu K có thể là điểm thuộc cạnh BB_1 hay không?

Giải

a) Vì O là trung điểm của đoạn thẳng CB_1, mà CBB_1C_1 là hình chữ nhật nên O cũng là trung điểm BC_1. Vậy $O \in BC_1$.

b) Ta có $K \in CD$ (gt), nhưng K không thuộc cạnh BB_1 vì trong hình hộp chữ nhật $ABCD.A_1B_1C_1D_1$ thì hai đường thẳng CD và BB_1 không cắt nhau.

3. Các kích thước của hình hộp chữ nhật ABCD. $A_1B_1C_1D_1$ là: DC = 5cm, CB = 4cm, BB_1 = 3cm. Hỏi độ dài DC_1 và CB_1 là bao nhiêu xentimet?

Giải

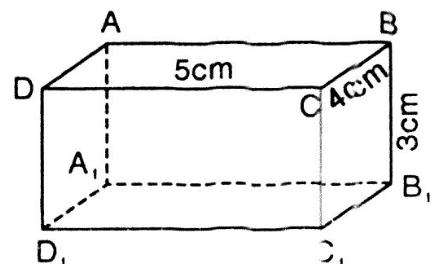
– Vì $ABCD.A_1B_1C_1D_1$ là hình hộp chữ nhật nên: $CC_1 = BB_1 = 3cm$.

$\widehat{DCC_1} = 90^0$

Áp dụng định lí Py-ta-go trong tam giác vuông DCC_1, ta có:

$$DC_1^2 = DC^2 + CC_1^2 = 5^2 + 3^2 = 25 + 9 = 34$$

$$\Rightarrow \quad DC_1 = \sqrt{34} = 5,83 \text{ (cm)}$$



– Tương tự: Áp dụng định lí Py-ta-go trong tam giác vuông CBB_1, ta có:

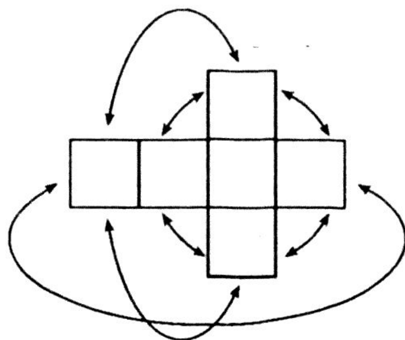
$$CB_1^2 = CB^2 + BB_1^2 = 4^2 + 3^2 = 16 + 9 = 25$$

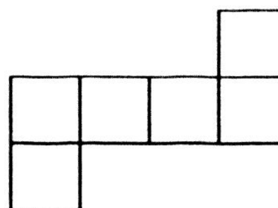
$$\Rightarrow CB_1 = \sqrt{25} = 5 \text{ (cm)}$$

Vậy DC_1 = 5,83cm và CB_1 = 5cm.

4. Xem hình a), các mũi tên hướng dẫn cách ghép các cạnh với nhau để có được một hình lập phương.

Hãy điền thêm vào hình vẽ b) các mũi tên như vậy.

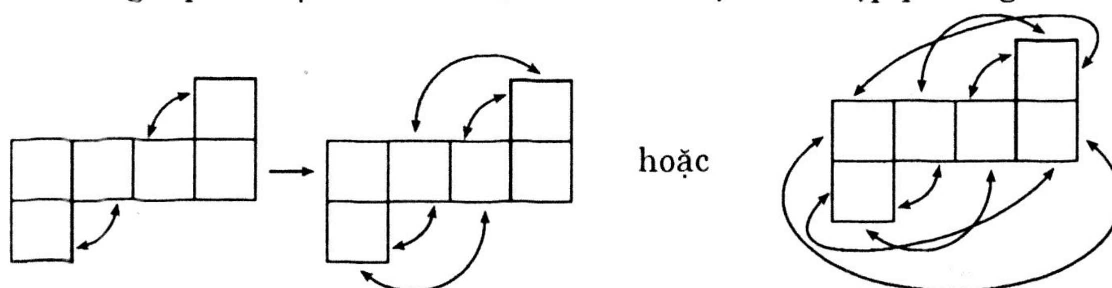




a) b)

Giải

Ta có thể ghép các cạnh ở hình b) để có thể một hình lập phương như sau:

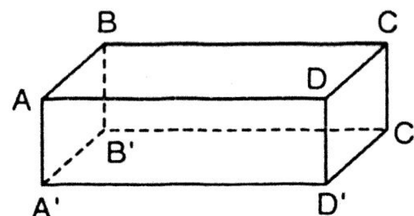


§2. HÌNH HỘP CHỮ NHẬT *(tiếp theo)*

I. KIẾN THỨC CƠ BẢN

1. Hai đường thẳng song song trong không gian:

a) Khái niệm: Trong không gian, hai đường thẳng a và b được gọi là song song với nhau khi chúng cùng nằm trong một mặt phẳng và không có điểm chung.



Ví dụ: AA′ // BB′; AD // A′D′.

b) Chú ý: Từ hình hộp chữ nhật ABCD.A′B′C′D′ ta thấy hai đường thẳng phân biệt có thể có các vị trí đối với nhau như sau:

– Cắt nhau
– Song song

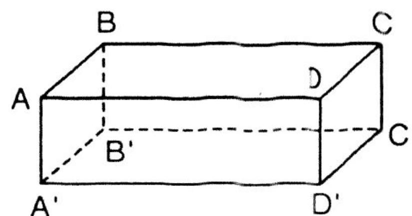
} cùng nằm trong một mặt phẳng, chẳng hạn trong mp (ABCD) nhưng các cặp cạnh AB và BC thì cắt nhau, còn các cặp cạnh AB và CD thì song song với nhau.

– Chéo nhau: là cặp đường thẳng không cùng nằm trong một mặt phẳng nào.

Ví dụ: AD và A'C'.

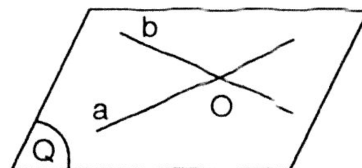
c) Hai đường thẳng phân biệt cùng song song với đường thẳng thứ ba thì song song với nhau.

Ví dụ: DD' // AA' và DD' // CC' ⇒ AA' // CC'



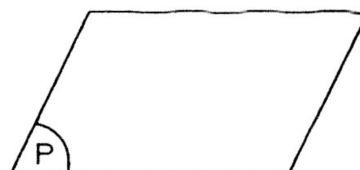
2. Đường thẳng song song với mặt phẳng. Hai mặt phẳng song song:

a) Đường thẳng song song với mặt phẳng: Nếu một đường thẳng a không thuộc mp (P) mà song song với một đường thẳng b nằm trong mp (P) thì a song song với (P).



b) Hai mặt phẳng song song: Nếu mặt phẳng (Q) chứa hai đường thẳng a và b cắt nhau mà cùng song song với mp (P) thì mp (Q) song song với mp (P) (hình bên).

Ví dụ: mp (ABCD) // mp (A'B'C'D')

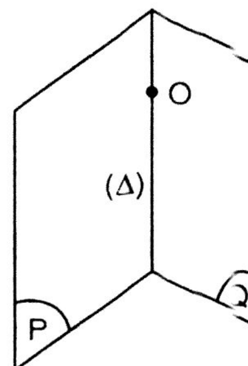


3. Nhận xét:

– Nếu một đường thẳng song song với một mặt phẳng thì chúng không có điểm chung.

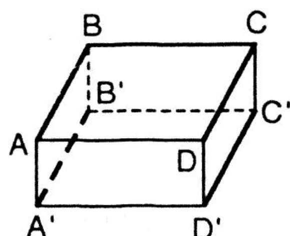
– Hai mặt phẳng song song thì không có điểm chung.

– Hai mặt phẳng phân biết có một điểm chung thì chúng có chung một đường thẳng đi qua điểm đó. Ta nói hai mặt phẳng cắt nhau và đường thẳng chung đó được gọi là *giao tuyến* của hai mặt phẳng.

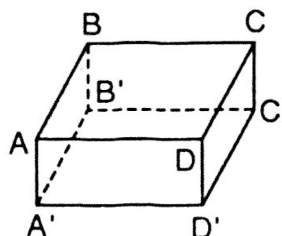


II. BÀI TẬP SÁCH GIÁO KHOA

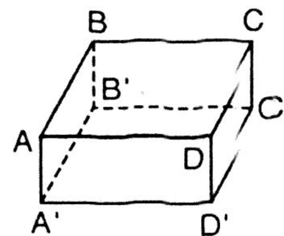
5. Người ta tô đậm những cạnh song song và bằng nhau của một hình hộp chữ nhật như ở hình a). Hãy thực hiện điều đó đối với hình b) và c).



a)

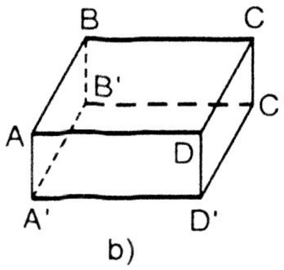


b)

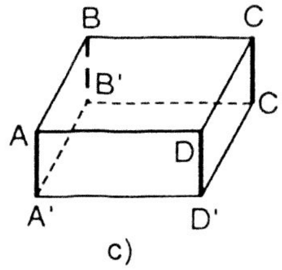


c)

Giải



b)

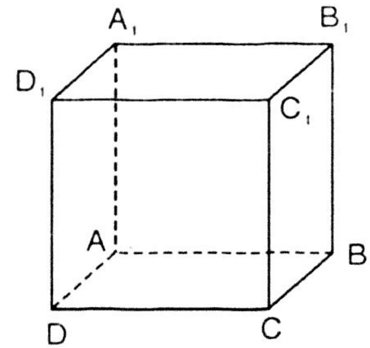


c)

6. ABCD. $A_1B_1C_1D_1$ là một hình lập phương (hình bên). Quan sát và cho biết:

a) Những cạnh nào song song với cạnh C_1C?

b) Những cạnh nào song song với cạnh A_1D_1?



Giải

a) Những cạnh song song với cạnh CC_1 là: AA_1, BB_1 và DD_1.

b) Những cạnh song song với cạnh A_1D_1 là: B_1C_1, CB và DA.

7. Một căn phòng dài 4,5m, rộng 3,7m và cao 3,0m. Người ta muốn quét vôi trần nhà và bốn bức tường. Biết rằng tổng diện tích các cửa là $5{,}8m^2$. Hãy tính diện tích cần quét vôi.

Giải

– Diện tích trần nhà là: $4{,}5 \times 3{,}7 = 16{,}65$ (m^2)

– Diện tích xung quanh (4 bức tường là): $2[3 \times 4{,}5 + 3 \times 3{,}7] = 49{,}2$ (m^2)

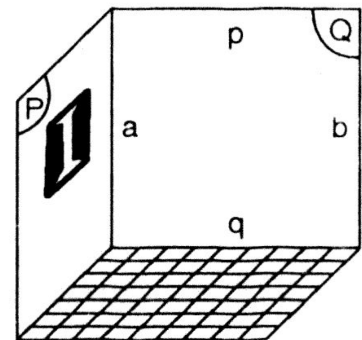
– Diện tích cần quét vôi là: $16{,}65 + 49{,}2 - 5{,}8 = 60{,}05$ (m^2)

Đáp số: $60{,}05m^2$.

8. Hình bên vẽ một phòng ở. Quan sát hình và giải thích vì sao:

a) Đường thẳng b song song với mp (P)?

b) Đường thẳng p song song với sàn nhà?



Giải

a) Ta có: Đường thẳng b không thuộc mp (P) có đường thẳng a $\subset$ (P) và b // a.

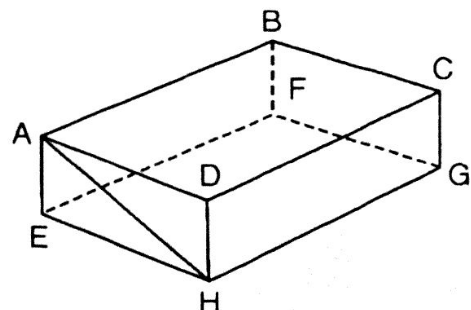
Vậy đường thẳng b song song với mp (P).

b) Giả sử gọi mặt phẳng sàn nhà là mp (R) có đường thẳng q $\subset$ (R) và q // p

Vậy đường thẳng p song song với mp (R) hay đường thẳng p song song với sàn nhà.

9. Hình hộp chữ nhật ABCD.EFGH (hình bên) có cạnh AB song song với mặt phẳng (EFGH).

a) Hãy kể tên các cạnh khác song song với mặt phẳng (EFGH).



b) Cạnh CD song song với những mặt phẳng nào của hình hộp chữ nhật?

c) Đường thẳng AH không song song với mặt phẳng (EFGH), hãy chỉ ra mặt phẳng song song với đường thẳng đó.

Giải

a) Vì ABCD.EFGH là hình hộp chữ nhật và AB // (EFGH), do đó các cạnh BC, CD, DA cũng song song với mp (EFGH).

– Ta chứng minh BC // (EFGH):

Ta có: $\begin{cases} BC \not\subset (EFGH) \\ FG \subset (EFGH) \\ BC // FG \\ \text{(vì BCGF là hình chữ nhật)} \end{cases}$

Vậy BC // (EFGH)

– Tương tự: CD // (EFGH)

DA // (EFGH).

b) Cạnh CD song song với mặt phẳng (EFGH) và mặt phẳng (ABFE).

– Chứng minh CD // (ABFE).

Ta có: $\begin{cases} CD \not\subset (ABFE) \\ AB \subset (ABFE) \\ AB // CD \text{ (vì ABCD là hình chữ nhật)} \end{cases}$

Vậy CD // (EFGH): xem câu a

c) Ta có AH không song song với mặt phẳng (EFGH) nhưng AH // (BCGF)

Thật vậy: Nối BG trong mp (BCGF), ta có:

$\begin{cases} AH \not\subset (BCGF) \\ BG \subset (BCGF) \\ AH // BG \text{ (do AHGB là hình chữ nhật)} \end{cases}$

Vậy AH // (BCGF) (đpcm).

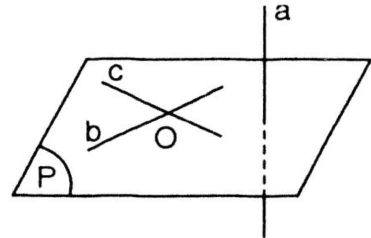
§3. THỂ TÍCH CỦA HÌNH HỘP CHỮ NHẬT

I. KIẾN THỨC CƠ BẢN

1. Đường thẳng vuông góc với mặt phẳng – Hai mặt phẳng vuông góc:

a) Đường thẳng vuông góc với mặt phẳng: Một đường thẳng a vuông góc với mặt phẳng (P) nếu nó vuông góc với hai đường thẳng cắt nhau bất kì trong mặt phẳng đó:

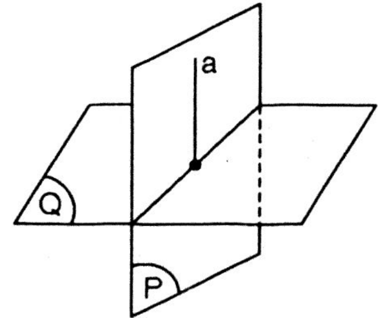
$$\left.\begin{array}{l} c \subset (P) \\ b \subset (P) \\ c \text{ cắt } b \text{ tại } O \\ a \perp c;\ a \perp b \end{array}\right\} \Rightarrow a \perp mp\ (P)$$



* Nhận xét: Nếu một đường thẳng vuông góc với một mặt phẳng tại điểm A thì đường thẳng đó vuông góc với mọi đường thẳng của mặt phẳng đi qua A.

b) Hai mặt phẳng vuông góc: Khi mặt phẳng (P) chứa một đường thẳng vuông góc với mặt phẳng (Q) thì người ta nói mp (P) vuông góc với mp (Q) và kí hiệu: (P) ⊥ (Q).

$$\left.\begin{array}{l} a \subset (P) \\ a \perp (Q) \end{array}\right\} \Rightarrow (P) \perp (Q)$$



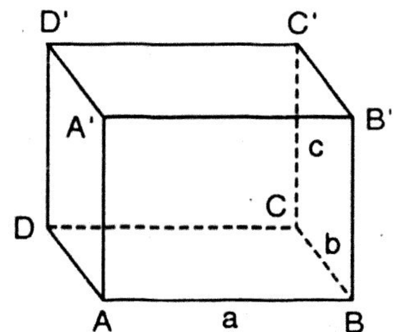
2. Thể tích hình hộp chữ nhật:

* Nếu các kích thước của hình hộp chữ nhật là a, b, c (cùng đơn vị độ dài) thì thể tích của hình hộp chữ nhật đó là:

$$\boxed{V = a.b.c}$$

* Đặc biệt, thể tích hình lập phương cạnh a là:

$$\boxed{V = a^3}$$



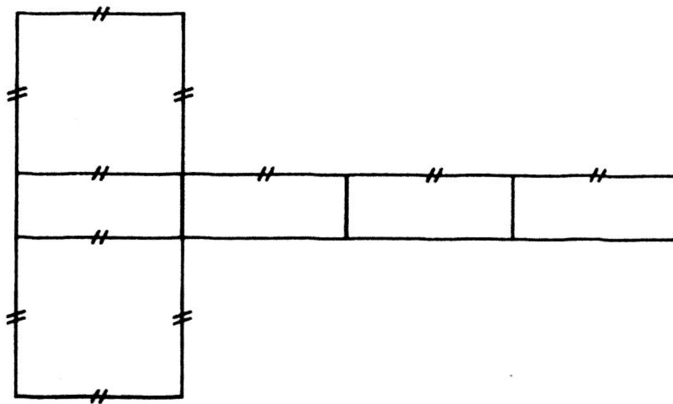
II. BÀI TẬP SÁCH GIÁO KHOA

10. 1) Gấp hình a) theo các nét đã chỉ ra thì có được một hình hộp chữ nhật hay không?

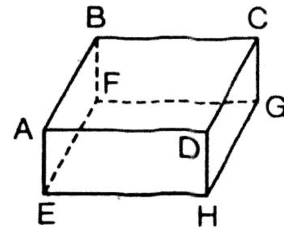
2) Kí hiệu các đỉnh hình hộp gấp được như hình b).

a) Đường thẳng BF vuông góc với những mặt phẳng nào?

b) Hai mặt phẳng (AEHD) và (CGHD) vuông góc với nhau, vì sao?



a)



b)

Giải

1) Gấp theo các nét trên hình vẽ ta có được một hình hộp chữ nhật.

2) a) Đường thẳng BF vuông góc với mp (EFGH) và mp (ABCD).

* Chứng minh BF ⊥ (EFGH): Ta có ABFE là hình chữ nhật nên BF ⊥ EF và BFGC là hình chữ nhật nên BF ⊥ FG.

Mặt khác: EF cắt FG tại F và BF $\not\subset$ (EFGH)

Vậy BF ⊥ (EFGH)

* Chứng minh tương tự: BF ⊥ (ABCD).

b) (AEHD) ⊥ (CGHD)?

– Theo tính chất của hình hộp chữ nhật thì:

AEHD là hình chữ nhật ⇒ EH ⊥ HD

EFGH là hình chữ nhật ⇒ EH ⊥ HG

HD cắt HG tại H.

Và EH $\not\subset$ (CGHD)

Vậy: EH ⊥ (CGHD) (1)

– Hơn nữa EH ⊂ (AEHD) (2)

Từ (1) và (2) ta có: (AEHD) ⊥ (CGHD).

11. a) Tính các kích thước của một hình hộp chữ nhật, biết rằng chúng tỉ lệ với 3, 4, 5 và thể tích của hình hộp này là $480cm^3$.

b) Diện tích toàn phần của một hình lập phương là $486m^2$. Thể tích của nó là bao nhiêu?

Giải

a) Gọi a, b, c (cm) lần lượt là các kích thước của hình hộp chữ nhật. Theo đề bài ta có:

$$\begin{cases} \dfrac{a}{3} = \dfrac{b}{4} = \dfrac{c}{5} \\ V = abc = 480 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = \dfrac{3c}{5}; b = \dfrac{4c}{5} \\ abc = 480 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \dfrac{a}{3} = \dfrac{b}{4} = \dfrac{c}{5} \\ \dfrac{3c}{5}.\dfrac{4c}{5}.c = 480 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \dfrac{a}{3} = \dfrac{b}{4} = \dfrac{c}{5} & (1) \\ \dfrac{12c^3}{25} = 480 & (2) \end{cases}$$

Từ (2) $\Rightarrow c^3 = \dfrac{480.25}{12} = 1000 = 10^3 \Rightarrow c = 10$ (cm)

Thay vào (1) ta được: $\dfrac{a}{3} = \dfrac{b}{4} = \dfrac{10}{5} = 2$

$\dfrac{a}{3} = 2 \Rightarrow a = 6$ (cm)

$\dfrac{b}{4} = 2 \Rightarrow b = 8$ (cm)

Vậy a = 6cm; b = 8cm và c = 10cm.

b) Ta biết hình lập phương là hình có 6 mặt bằng nhau.

Vậy diện tích mỗi mặt là: 486 : 6 = 81 (m^2)

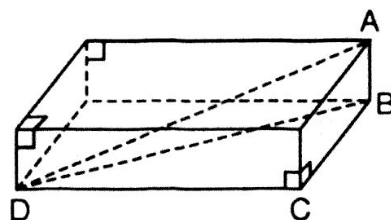
Suy ra độ dài cạnh hình lập phương là: $a = \sqrt{81} = 9$ (cm)

Vậy thể tích hình lập phương là: $V = a^3 = 9^3 = 729$ (m^3)

Đáp số: $V = 729m^3$.

12. a) A, B, C và D là những đỉnh của hình hộp chữ nhật cho ở hình vẽ bên. Hãy điền số thích hợp vào các ô trống ở bảng sau:

AB	6	13	14	
BC	15	16		34
CD	42		70	62
DA		45	75	75



Kết quả bài 12 minh họa công thức quan trọng sau:

$$DA = \sqrt{AB^2 + BC^2 + CD^2}$$

Giải

a) Tính AB khi biết BC = 34; CD = 62; DA = 75.

- Vì hình hộp chữ nhật nên đáy là hình hình chữ nhật.

  Suy ra $CB \perp CD$

  Áp dụng định lí Pitago trong tam giác vuông BCD, ta có:

  $BD^2 = BC^2 + CD^2$

  $BD^2 = 34^2 + 62^2 = 5000$

- Ta còn có $AB \perp BD$ (vì AB vuông góc với mặt đáy hình hộp chữ nhật). Vậy ΔABD vuông tại B.

Áp dụng định lí Py-ta-go trong tam giác vuông ABD, ta có:

$$AD^2 = AB^2 + BD^2 \Rightarrow AB^2 = AD^2 - BD^2 = 75^2 - 5000 = 625 = 25^2$$

Vậy AB = 25

b) Tính BC biết AB = 14; CD = 70; DA = 75.

– Áp dụng định lí Py-ta-go trong tam giác vuông ABD, ta có:

$$AD^2 = AB^2 + BD^2 \Rightarrow BD^2 = AD^2 - AB^2 = 75^2 - 14^2 = 5429$$

– Áp dụng định lí Py-ta-go trong tam giác vuông BCD, ta có:

$$BD^2 = BC^2 + CD^2 \Rightarrow BC^2 = BD^2 - CD^2 = 5429 - 70^2 = 529 = 23^2$$

Vậy BC = 23.

c) Tính CD biết AB = 13; BC = 16; DA = 45.

– Áp dụng định lí Py-ta-go trong tam giác vuông ABD, ta có:

$$AD^2 = AB^2 + BD^2 \Rightarrow BD^2 = AD^2 - AB^2 = 45^2 - 13^2 = 1856$$

– Áp dụng định lí Py-ta-go trong tam giác vuông BCD, ta có:

$$BD^2 = BC^2 + CD^2 \Rightarrow CD^2 = BD^2 - BC^2 = 1856 - 16^2 = 1600 = 40^2$$

Vậy CD = 40.

d) Tính DA biết AB = 6; BC = 15 và CD = 42

– Áp dụng định lí Py-ta-go trong tam giác vuông BCD, ta có:

$$BD^2 = BC^2 + CD^2$$

– Áp dụng định lí Py-ta-go trong tam giác vuông ABD, ta có:

$$DA^2 = AB^2 + BD^2$$

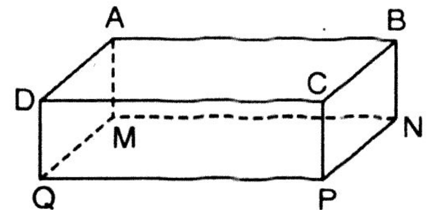
$$DA^2 = AB^2 + BC^2 + CD^2 \Rightarrow DA = \sqrt{AB^2 + BC^2 + CD^2}$$

$$= \sqrt{6^2 + 15^2 + 42^2} = \sqrt{2025} = 45$$

Vậy DA = 45

Phần còn lại, học sinh tự điền vào bảng đã cho sẵn.

13. a) Viết công thức tính thể tích của hình hộp chữ nhật ABCD.MNPQ (hình vẽ).



b) Điền số thích hợp vào các ô trống ở bảng sau:

Chiều dài	22	18	15	20
Chiều rộng	14			
Chiều cao	5	6	8	
Diện tích một đáy		90		260
Thể tích			1320	2080

Giải

a) Công thức tính thể tích hình hộp chữ nhật ABCD.MNPQ là:

$$V = AB.BN.NP$$

b) Điền số thích hợp vào ô trống:

Chiều dài	**22**	**18**	**15**	**20**
Chiều rộng	**14**	5	11	13
Chiều cao	**5**	**6**	**8**	8
Diện tích một đáy	308	**90**	165	**260**
Thể tích	1540	540	**1320**	**2080**

(Tương tự bài 12 – Học sinh tự tính các giá trị này).

Luyện tập

14. Một bể nước hình hộp chữ nhật có chiều dài 2m. Lúc đầu bể không có nước. Sau khi đổ vào bể 120 thùng nước, mỗi thùng chứa 20 lít thì mực nước của bể cao 0,8m.

a) Tính chiều rộng của bể nước.

b) Người ta đổ thêm vào bể 60 thùng nước nữa thì đầy bể. Hỏi bể cao bao nhiêu mét?

Giải

a) Thể tích nước chứa trong bể hình hộp chữ nhật là:

$$120 \text{ thùng} \times 20 \text{ lít} = 2400 \text{ lít} = 2{,}4\text{m}^3.$$

Gọi a, b, c lần lượt là chiều dài, chiều rộng và chiều cao của hình hộp chữ nhật, ta có:

$$V = abc \Leftrightarrow 2.b.0{,}8 = 2{,}4 \Leftrightarrow b = \frac{2{,}4}{1{,}6} = 1{,}5 \text{ (m)}$$

Vậy chiều rộng của bể nước là 1,5m.

b) Thể tích nước chứa trong bể sau khi đổ thêm 60 thùng:

$$(120 + 60) \times 20 \text{ lít} = 3600 \text{ lít} = 3{,}6\text{m}^3.$$

$$\text{Khi đó } V = a.b.c \begin{cases} a = 2\text{m} \\ b = 1{,}5\text{m} \\ V = 3{,}6\text{m}^3 \end{cases} \Leftrightarrow 2.1{,}5.c = 3{,}6$$

$$\Leftrightarrow c = \frac{3{,}6}{3} = 1{,}2 \text{ (m)}$$

Vậy chiều cao của bể là 1,2m.

15. Một cái thùng hình lập phương cạnh 7dm, có chứa nước với độ sâu của nước là 4dm. Người ta thả 25 viên gạch có chiều dài 2dm, chiều rộng 1dm và chiều cao 0,5dm vào thùng. Hỏi nước trong thùng dâng lên cách miệng thùng bao nhiêu đêximét? (Giả thiết toàn bộ gạch ngập trong nước và chúng hút nước không đáng kể).

Giải

Trong bài toán này có hai giả thiết quan trọng:

– Gạch hút nước không đáng kể.

– Toàn bộ gạch ngập trong nước.

Với giả thiết đó, bài toán giải như sau:

Thể tích 25 viên gạch là: 25.(2.1.0,5) = 25 (dm^3)

Chiều cao của nước được dâng lên khi bỏ 25 viên gạch vào thùng nước:

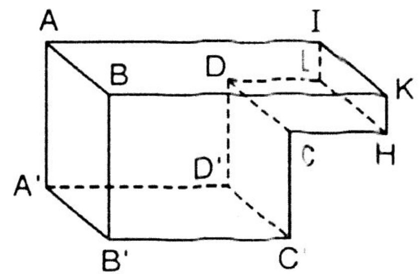
$$25 : (7.7) = 25 : 49 \approx 0,51 \text{ (dm)}$$

Vậy mực nước trong thùng dâng lên cách miệng thùng là:

$$7 - (4 + 0,51) = 2,49 \text{ (dm)}$$

Đáp số: 2,49dm.

16. Thùng chứa của một xe tải chở hàng đông lạnh có dạng như hình bên. Một số mặt là những hình chữ nhật, chẳng hạn (ABKI), (DCC'D')... Quan sát hình và trả lời các câu hỏi sau:



a) Những đường thẳng nào song song với mặt phẳng (ABKI)?

b) Những đường thẳng nào vuông góc với mặt phẳng (DCC'D')?

c) Mặt phẳng (A'D'C'B') có vuông góc với mặt phẳng (DCC'D') hay không?

Giải

a) Các đường thẳng song song với mp (ABKI) là:

A'B', C'D', CD, HL, DL, CH, B'C', A'D'.

b) Các đường thẳng vuông góc với mp (DCC'D') là:

B'C' và A'D'; HC và LD; AI và BK.

c) Mặt phẳng (A'D'C'B') ⊥ (DCC'D'): thật vậy, C'C và C'D' cùng thuộc (DCC'D') và cắt nhau tại C'.

B'C' ⊥ C'C

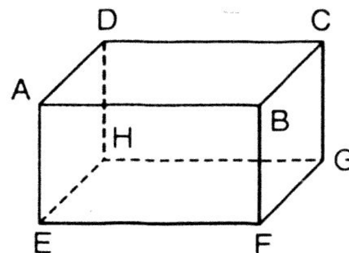
B'C' ⊥ C'D'

Vậy B'C' ⊥ (DCC'D') (1)

Hơn nữa B'C' ⊂ (A'D'C'B') (2)

Từ (1) và (2) suy ra (A'D'C'B') ⊥ (DCC'D')

17. Cho hình hộp chữ nhật ABCD.EFGH (hình bên)



a) Kể tên các đường thẳng song song với mp (EFGH).

b) Đường thẳng AB song song với những mặt phẳng nào?

c) Đường thẳng AD song song với những đường thẳng nào?

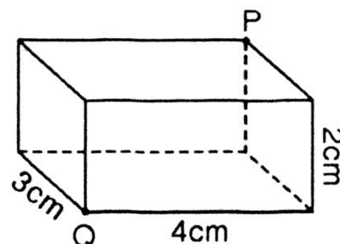
Giải

a) Các đường thẳng song song với mp (EFGH) là: AB, BC, CD và DA.

b) Đường thẳng AB song song với các mặt phẳng: mp (EFGH); mp (DCGH).

c) Đường thẳng AD song song với các đường thẳng: BC, FG, EH.

18. Đố. Các kích thước của một hình hộp chữ nhật là 4cm, 3cm và 2cm. Một con kiến bò theo mặt của hình hộp đó từ Q đến P (hình bên).



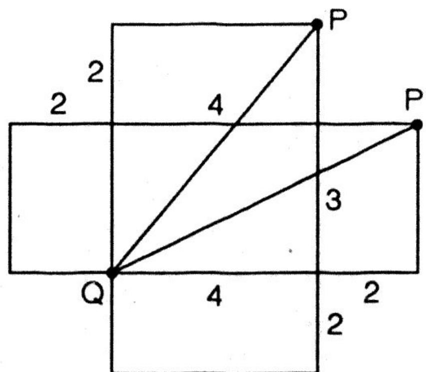
a) Hỏi con kiến bò theo đường nào là ngắn nhất?

b) Độ dài ngắn nhất đó là bao nhiêu xentimét?

Giải

Vì đề bài chỉ yêu cầu con kiến bò trên mặt hình hộp chữ nhật (chứ không bò trên các cạnh của hình hộp chữ nhật), do đó để tìm đường ngắn nhất từ P đến Q ta làm như sau:

Ta mở hộp và trải phẳng ra. Hình hộp chữ nhật có hình như hình bên.



Lúc này điểm P có hai vị trí là P và P'.

Ta có:

$$QP' = \sqrt{6^2 + 3^2} = \sqrt{45} \text{ (cm)} \approx 6{,}7 \text{ (cm)}$$

$$QP = \sqrt{5^2 + 4^2} = \sqrt{41} \approx 6{,}4 \text{ (cm)}$$

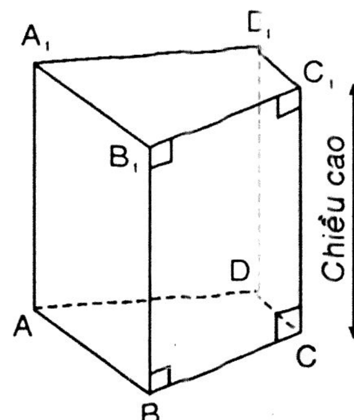
Suy ra QP < QP'

Vậy con kiến bò theo đường QP là ngắn nhất và độ dài đoạn ngắn nhất QP = 6,4 cm.

§4. HÌNH LĂNG TRỤ ĐỨNG

I. KIẾN THỨC CƠ BẢN

1. Hình lăng trụ đứng: Hình bên là một hình lăng trụ đứng (còn gọi tắt là lăng trụ đứng). Trong hình này:



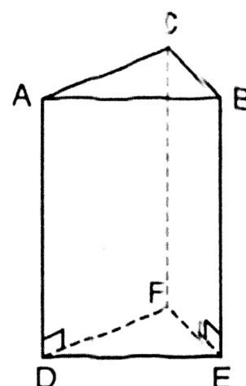
- A, B, C, D, A_1, B_1, C_1, D_1 là các đỉnh.
- Các mặt ABB_1A_1, BCC_1B_1... là những hình chữ nhật. Chúng được gọi là các mặt bên.
- Các đoạn AA_1, BB_1, CC_1, DD_1 song song với nhau và bằng nhau, chúng được gọi là các cạnh bên.
- Hai mặt ABCD, $A_1B_1C_1D_1$ là hai đáy.

Hình lăng trụ trên có hai đáy là tứ giác nên gọi là lăng trụ đứng tứ giác, kí hiệu ABCD. $A_1B_1C_1D_1$.

2. Chú ý:

- Hình hộp chữ nhật, hình lập phương cũng là những hộp đứng.
- Hình lăng trụ có đáy là hình bình hành được gọi là *hình hộp đứng*.
- Trong hình lăng trụ đứng, các cạnh bên đồng thời cũng là đường cao.
- Tùy theo đáy của hình lăng trụ đứng là tam giác hay tứ giác,... mà lăng trụ đó được gọi là *lăng trụ đứng tam giác* hay *lăng trụ đứng tứ giác*.

  Ví dụ: Hình lăng trụ đứng tam giác ABC.DEF

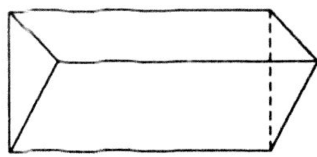


- Hai mặt đáy (ABC) và (DEF) là những tam giác bằng nhau và nằm trong hai mặt phẳng song song.
- Các mặt bên ADEB; BEFC, CFDA là những hình chữ nhật.
- Độ dài các cạnh bên AD, BE, CF được gọi là chiều cao.

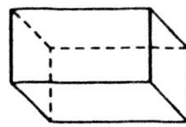
II. BÀI TẬP SÁCH GIÁO KHOA

19. Quan sát các lăng trụ đứng trong hình bên dưới rồi điền số thích hợp vào các ô trống ở bảng dưới đây:

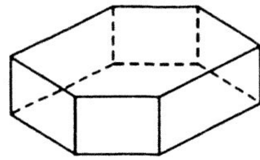
Hình	a)	b)	c)	d)
Số cạnh của một đáy	3			
Số mặt bên		4		
Số đỉnh			12	
Số cạnh bên				5



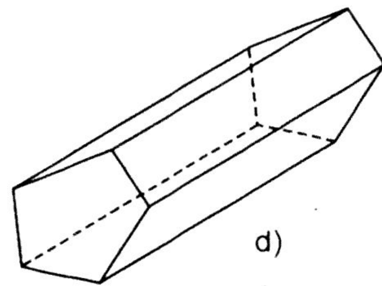
a)



b)



c)

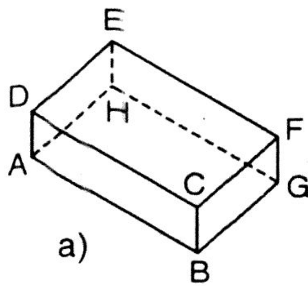


d)

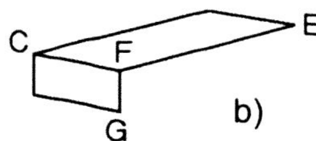
Giải

Hình	a)	b)	c)	d)
Số cạnh của một đáy	3	**4**	**6**	**5**
Số mặt bên	**3**	4	**6**	**5**
Số đỉnh	**6**	**8**	12	**10**
Số cạnh bên	**3**	**4**	**6**	5

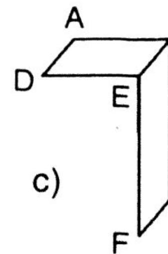
20. Vẽ lại các hình sau vào vở rồi vẽ thêm các cạnh vào các hình b, c, d, e để có một hình hộp hoàn chỉnh (như hình a).



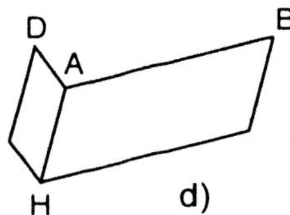
a)



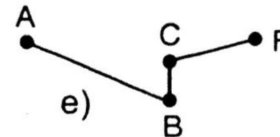
b)



c)



d)



e)

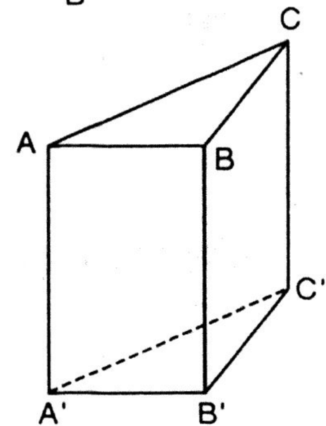
* Học sinh tự vẽ thêm vào các hình b) c), d), e).

21. ABC.A′B′C′ là một lăng trụ đứng tam giác (hình bên).

a) Những cặp mặt nào song song với nhau?

b) Những cặp mặt vuông góc với nhau?

c) Sử dụng kí hiệu "//" và "⊥" để điền vào các ô trống ở bảng sau:



Cạnh / Mặt	AA′	CC′	BB′	A′C′	B′C′	A′B′	AC	CB	AB
(ABC)		⊥				//			
(A′B′C′)									
(ABB′A′)									

Giải

a) Ta có mp (ABC) // mp (A'B'C'). Vì do định nghĩa hình lăng trụ đứng.

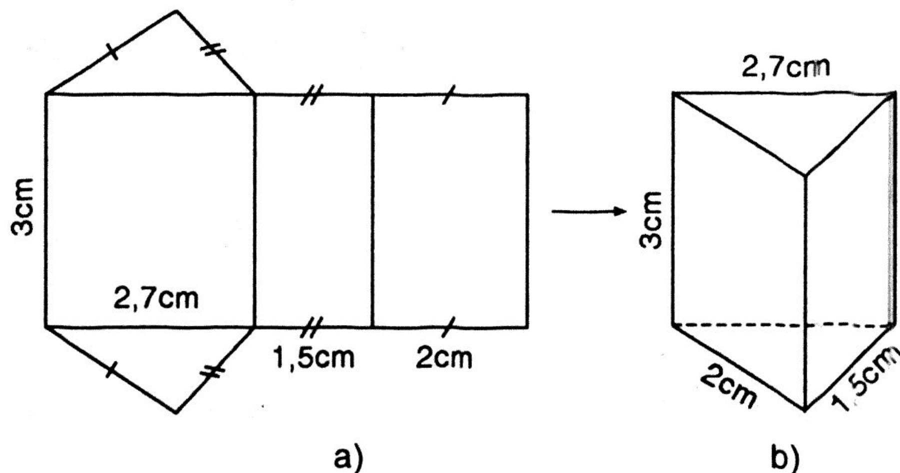
b) Các cặp mặt vuông góc với nhau là: (AA'B'B) ⊥ (ABC) và (A'B'C')

(BB'C'C) ⊥ (ABC) và (A'B'C')

(AA'C'C) ⊥ (ABC) và (A'B'C')

Cạnh / Mặt	AA'	CC'	BB'	A'C'	B'C'	A'B'	AC	CB	AB
(ABC)	⊥	⊥	⊥	//	//	//			
(A'B'C')	⊥	⊥	⊥				//	//	//
(ABB'A')		//							

22. Vẽ thêm hình a) rồi cắt và gấp lại để thành hình b).



* Học sinh tự thực hành ở nhà.

§5. DIỆN TÍCH XUNG QUANH CỦA HÌNH LĂNG TRỤ ĐỨNG

I. KIẾN THỨC CƠ BẢN

1. Diện tích xung quanh: Diện tích xung quanh của hình lăng trụ đứng bằng *tổng diện tích các mặt bên* hoặc diện tích xung quanh hình lăng trụ đứng bằng chu vi đáy nhân với chiều cao.

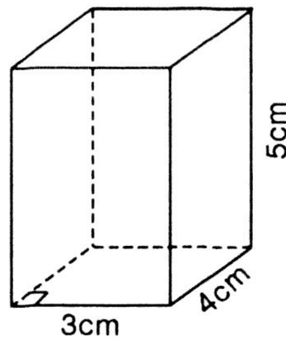
$$S_{xq} = 2p.h$$

(p là nửa chu vi đáy, h là chiều cao)

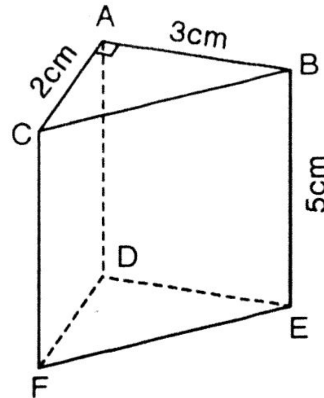
2. Diện tích toàn phần: Diện tích toàn phần của hình lăng trụ bằng tổng của *diện tích xung quanh* và *diện tích hai đáy*.

II. BÀI TẬP SÁCH GIÁO KHOA

23. Tính diện tích xung quanh, diện tích toàn phần của các lăng trụ đứng sau đây (hình vẽ):



a)



b)

Giải

a) Diện tích xung quanh và diện tích toàn phần hình hộp đứng:

- Hình hộp đứng có 4 mặt bên đều là hình chữ nhật với kích thước là 3cm × 5cm và 4cm × 5cm.

  Vậy diện tích xung quanh là $S_{xq} = 2(3 \times 5) + 2(4 \times 5) = 70$ (cm^2)

- Hai đáy của hình lăng trụ đứng là hình chữ nhật có kích thước 3cm × 4cm.

  Vậy diện tích hai đáy là: $2(3 \times 4) = 24$ (cm^2)

  Vậy diện tích toàn phần là: $S_{tp} = 70 + 24 = 94$ (cm^2)

b) Tương tự: Ta có hình lăng trụ đứng đáy là tam giác vuông.

Áp dụng định lí Pitago trong tam giác vuông ABC, ta có:

$$BC^2 = AB^2 + AC^2 \Rightarrow BC = \sqrt{AB^2 + AC^2} = \sqrt{2^2 + 3^2} = \sqrt{13} \text{ (cm)}$$

- Diện tích xung quanh là:

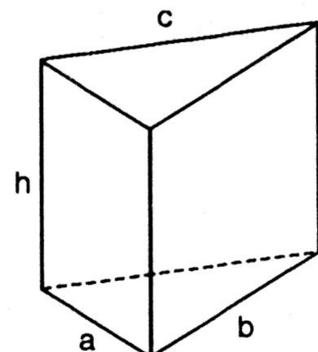
$$S_{xq} = (2 + 3 + \sqrt{13}).5 = (5 + \sqrt{13}).5 = 25 + 5\sqrt{13} \text{ (cm}^2\text{)}$$

- Diện tích hai đáy là: $2(\frac{1}{2}.3.2) = 6$ (cm^2)

  Vậy diện tích toàn phần là: $S_{tp} = 25 + 5\sqrt{13} + 6 = 31 + 5\sqrt{13}$ (cm^2)

24. Quan sát hình lăng trụ đứng tam giác (hình bên) rồi điền số thích hợp vào các ô trống ở bảng sau:

a(cm)	5	3	12	7
b(cm)	6	2	15	
c(cm)	7		13	6
h(cm)	10	5		
Chu vi đáy (cm)		9		21
S_{xq}(cm^2)			80	63



Giải

	Cột 1	Cột 2	Cột 3	Cột 4
a(cm)	5	3	12	7
b(cm)	6	2	15	**8**
c(cm)	7	**4**	13	6
h(cm)	10	5	**2**	3
Chu vi đáy (cm)	**18**	9	**40**	21
$S_{xq}(cm^2)$	**180**	**45**	80	63

Hướng dẫn tính các giá trị trong bảng:

- Tính các giá trị ở cột 1 như sau:

  CV đáy = a + b + c = 5 + 6 + 7 = 18 (cm)

  S_{xq} = CV đáy × h = 18.10 = 180 (cm^2)

- Tính các giá trị ở cột 2 như sau:

  CV đáy = a + b + c ⇒ c = CV đáy − (a + b) = 9 − (3 + 2) = 4cm

  S_{xq} = CV đáy × h = 9.5 = 45 (cm^2)

- Tính các giá trị ở cột 3 như sau:

  CV đáy = a + b + c = 12 + 15 + 13 = 40 (cm)

  $$S_{xq} = \text{CV đáy} \times h \Rightarrow h = \frac{S_{xq}}{\text{CV đáy}} = \frac{80}{12+15+13} = \frac{80}{40} = 2 \text{ (cm)}$$

- Tính các giá trị ở cột 4 như sau:

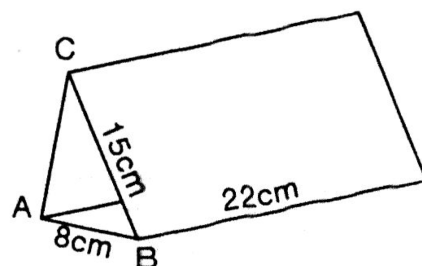
  Ta có: CV đáy = a + b + c hay 21 = 7 + b + 6 ⇒ b = 8 (cm)

  $$S_{xq} = \text{CV đáy} \times h \Rightarrow h = \frac{S_{xq}}{\text{CV đáy}} = \frac{63}{21} = 3 \text{ (cm).}$$

25. Tấm lịch để bàn có dạng một lăng trụ đứng, ACB là một tam giác cân (hình bên).

a) Hãy vẽ thêm nét khuất, điền thêm chữ vào các đỉnh rồi cho biết AC song song với những cạnh nào?

b) Tính diện tích miếng bìa dùng để làm một tấm lịch như trên.



Giải

a) Học sinh tự làm. Ta có AC // A'C' (Vì AA'C'C là hình chữ nhật).

b) Tính diện tích miếng bìa dùng để làm tấm lịch như trên tức là tính diện tích xung quanh hình lăng trụ đứng này với các mặt trên là hình chữ nhật.

Xét ΔABC cân tại C:

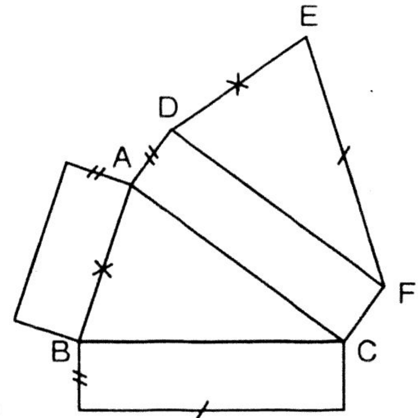
Ta có: $S_{xq} = S_{BB'C'C} + S_{AA'C'C} + S_{AA'B'B}$

$= 2\ S_{BB'C'C} + S_{AA'B'B}$

$= 2.15.22 + 8.22 = 836cm^2$

Vậy $S_{xq} = 836\ cm^2$

26. a) Từ hình khai triển (hình bên), có thể gấp theo các cạnh để có được một lăng trụ đứng hay không? (Các tứ giác trên hình đều là những hình chữ nhật).



b) Trong hình vừa gấp được, xét xem các phát biểu dưới đây, phát biểu nào đúng:

- Cạnh AD vuông góc với cạnh AB.
  EF và CF là hai cạnh vuông góc với nhau.
- Cạnh DE và cạnh BC vuông góc với nhau.
- Hai đáy ABC và DEF nằm trên hai mặt phẳng song song với nhau.
- Mặt phẳng (ABC) song song với mặt phẳng (ACFD).

* Học sinh tự làm bài này.

§6. THỂ TÍCH HÌNH LĂNG TRỤ ĐỨNG

I. KIẾN THỨC CƠ BẢN

Công thức: Thể tích hình lăng trụ đứng bằng diện tích đáy nhân với chiều cao.

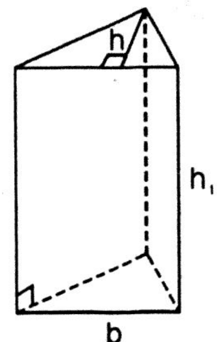
V = S.h

V: thể tích; S: diện tích đáy; h: chiều cao

II. BÀI TẬP SÁCH GIÁO KHOA

27. Quan sát hình bên rồi điền số thích hợp vào các ô trống ở bảng sau:

b	5	6	4	
h	2			4
h_1	8	5		10
Diện tích một đáy		12	6	
Thể tích			12	50



Giải

	Cột 1	Cột 2	Cột 3	Cột 4
b	5	6	4	**2,5**
h	2	**4**	**3**	4
h_1	8	5	**2**	10
Diện tích một đáy	**5**	12	6	**5**
Thể tích	**40**	**60**	12	50

Hướng dẫn tính các giá trị trong bảng:

– Tính các giá trị ở cột 1: $S_{đáy} = \frac{1}{2}b.h = \frac{1}{2}.5.2 = 5$

$$V = S.h_1 = 5.8 = 40$$

– Cột 2: $S_{đáy} = \frac{1}{2}h.b \Rightarrow h = \frac{2S}{b} = \frac{2.12}{6} = 4$

$$V = S_{đáy}.h_1 = 12.5 = 60$$

– Cột 3: $S_{đáy} = \frac{1}{2}h.b \Rightarrow h = \frac{2S}{b} = \frac{2.6}{4} = 3$

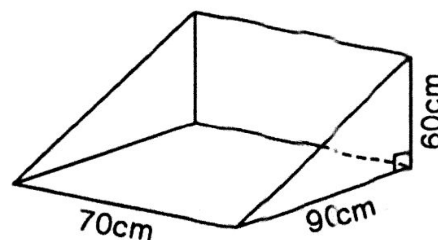
$$V = S_{đáy}.h_1 \Rightarrow h_1 = \frac{V}{S} = \frac{12}{6} = 2$$

– Cột 4: $V = S_{đáy}.h_1$

$$V = \frac{1}{2}.h.b.h_1 \text{ hay } 50 = \frac{1}{2}.b.4.10 \Rightarrow b = \frac{2.50}{4.10} = \frac{100}{40} = 2,5$$

$$S_{đáy} = \frac{1}{2}hb = \frac{1}{2}.2,5.4 = 5$$

28. Thùng đựng của một máy cắt cỏ có dạng lăng trụ đứng tam giác (hình bên). Hãy tính dung tích của thùng.



Giải

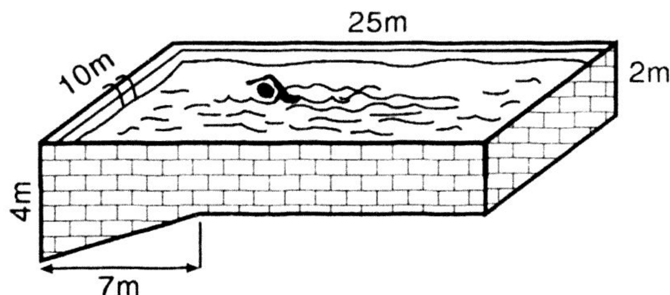
Dung tích của thùng đựng máy cắt cỏ chính là thể tích hình lăng trụ đứng tam giác này.

$$V = S.h \begin{cases} S: \text{diện tích tam giác} \\ h: \text{chiều cao} \end{cases}$$

$$= \frac{1}{2}(60.90).70 = 189000\ (cm^3)$$

Vậy $V = 0,189m^3$.

29. Các kích thước của một bể bơi được cho trên hình bên (mặt nước có dạng hình chữ nhật). Hãy tính xem bể chứa được bao nhiêu mét khối nước khi nó đầy ắp nước.



Giải

– Thể tích nước chứa trong hình chữ nhật

$$V_1 = abc = 2.10.25 = 500\ (m^3)$$

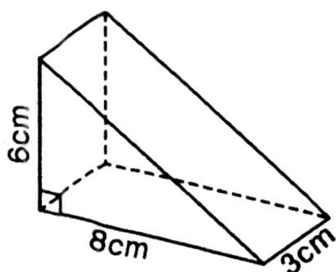
– Thể tích nước chứa trong hình lăng trụ đứng đáy tam giác.

$$V_2 = \frac{1}{2}.2.7.10 = 70\ (m^2)$$

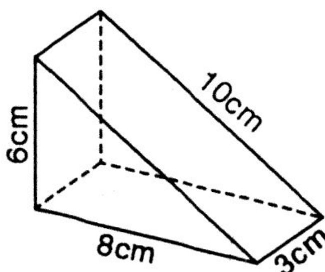
Vậy khi bể đầy nước thì số mét khối nước nó chứa được là:

$$V = V_1 + V_2 = 500 + 70 = 570m^3.$$

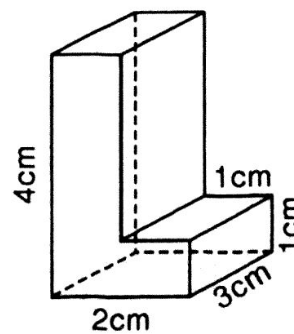
30. Các hình a) b), c) (hình bên dưới) gồm một hoặc nhiều lăng trụ đứng. Hãy tính thể tích và diện tích toàn phần của chúng theo các kích thước đã cho trên hình.



a)



b)



c)

Giải

a) Hình a) là một lăng trụ đứng có đáy là tam giác vuông và chiều cao là 3cm. Khi đó:

$$V = S.h = \frac{1}{2}(8.6).3 = 72\ (cm^3)$$

– Diện tích toàn phần:

Ta có cạnh huyền của tam giác vuông bằng: $\sqrt{6^2 + 8^2} = \sqrt{100} = 10\ (cm)$

Khi đó chu vi đáy (chu vi hình tam giác) là: $6 + 8 + 10 = 24\ (cm)$

Vậy: $S_{xq} = 24.3 = 72\ (cm^2)$

Vì hai đáy là hai tam giác vuông bằng nhau nên diện tích hai đáy là:

$$2.S_{đáy} = 2.\frac{1}{2}.6.8 = 48\ (cm^2)$$

Vậy: $S_{tp} = 72 + 48 = 120\ (cm^2)$

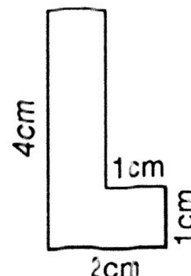
b) Hình b): $V = S.h = \frac{1}{2}.(6.8).3 = 72\ (cm^3)$

Diện tích toàn phần: (bằng cách tính diện tích 5 mặt bên cộng lại)

$$S_{tp} = 2.\frac{1}{2}.(6.8 + 6.3 + 8.3 + 10.3 = 3(16 + 6 + 8 + 10) = 120\ (cm^2)$$

c) Hình c); $V = S.h = [4.1) + (1.1)].\ 3 = 5.3 = 15\ (cm^3)$

Diện tích toàn phần:



$S_{xq} = CV_{đáy} \times h = (4 + 2 + 1 + 1 + 3 + 1).3$

$S_{xq} = 12.3 = 36\ (cm^2)$

$2.S_{đáy} = 2.5 = 10\ (cm^2)$

Vậy $S_{tp} = S_{xq} + 2.\ S_{đáy} = 36 + 10 = 46\ (cm^2)$

Luyện tập

31. Điền số thích hợp vào ô trống ở bảng sau:

	Lăng trụ 1	Lăng trụ 2	Lăng trụ 3
Chiều cao của lăng trụ đứng tam giác.	5cm	7cm	
Chiều cao của tam giác đáy.			5cm
Cạnh tương ứng với đường cao của tam giác đáy.	3cm	5cm	
Diện tích đáy.	$6cm^2$		$15cm^2$
Thể tích lăng trụ đứng.		$49cm^3$	$0,045\ell$

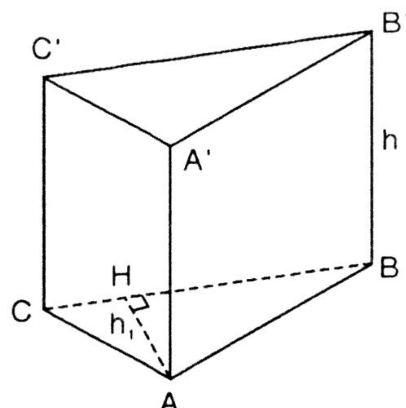
Giải

	Lăng trụ 1	Lăng trụ 2	Lăng trụ 3
Chiều cao của lăng trụ đứng tam giác.	5cm	7cm	**3cm**
Chiều cao của tam giác đáy.	**4cm**	$\frac{14}{5}$ **cm**	5cm
Cạnh tương ứng với đường cao của tam giác đáy.	3cm	5cm	**6cm**
Diện tích đáy.	$6cm^2$	**$7cm^2$**	$15cm^2$
Thể tích lăng trụ đứng.	**$30cm^3$**	$49cm^3$	$0,045\ell$

Hướng dẫn tính các giá trị trong bảng:

– Lăng trụ 1: $V = S.h = 6.5 = 30\ cm^3$

$$S = \frac{1}{2}ah_1 \Rightarrow h_1 = \frac{2S}{a} = \frac{2.6}{3} = 4\ (cm)$$



– Lăng trụ 2: $V = S.h = \frac{1}{2}BC.\ h_1.h$

$$49 = \frac{1}{2}.5.h_1.7 \Leftrightarrow h_1 = \frac{49.2}{5.7} = \frac{14}{5}\ cm$$

$$S = \frac{1}{2}.BC.h_1 = \frac{1}{2}.5.\frac{14}{5} = 7\ (cm^2).$$

– Lăng trụ 3:

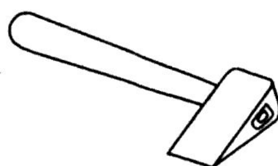
Ta có: $0{,}045\ell = 45cm^3 = V$

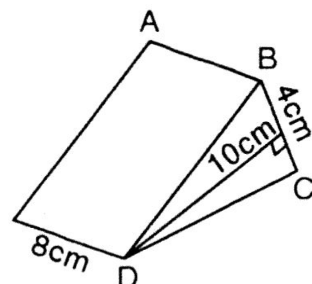
$$V = S.h \Leftrightarrow 45 = 15.h \Leftrightarrow h = 3$$

$$S = \frac{1}{2}.BC.h_1 \Leftrightarrow 15 = \frac{1}{2}.BC.5 \Leftrightarrow BC = \frac{15.2}{5} = 6\ (cm)$$

32. Hình bên biểu diễn một lưỡi rìu bằng sắt, nó có dạng một lăng trụ đứng, BDC là một tam giác cân.

a) Hãy vẽ thêm nét khuất, điền thêm chữ vào các đỉnh rồi cho biết AB song song với những cạnh nào?

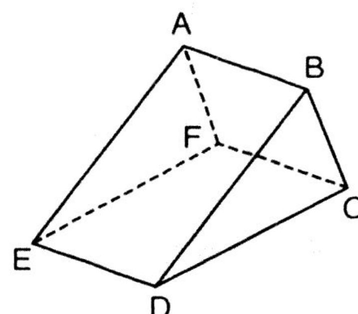




b) Tính thể tích lưỡi rìu.

c) Tính khối lượng của lưỡi rìu, biết khối lượng riêng của sắt là $7{,}874kg/dm^3$ (Phần cán gỗ bên trong lưỡi rìu là không đáng kể).

Giải



a) AB // DE và AB // FC.

b) Ta có đáy của lưỡi rìu là hình tam giác BCD.

Do đó diện tích đáy $S = \frac{1}{2}.4.10 = 20\ (cm^2)$

Vậy thể tích lưỡi rìu là:

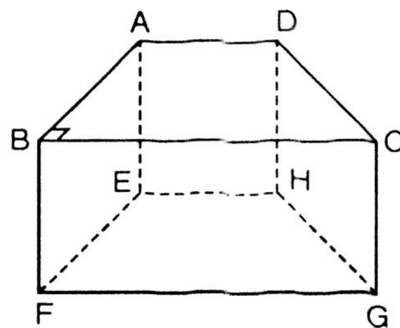
$$V = S.h = 20.8 = 160\ (cm^3) = 0{,}160dm^3$$

c) Khối lượng của lưỡi rìu là:

Ta có $V = \frac{M}{D} \Rightarrow M = V.D = 0{,}160 \times 7{,}874 \approx 1{,}260\ (kg)$

Vậy $M = 1{,}260$ kg.

33. Hình bên là một lăng trụ đứng, đáy là hình thang vuông. Hãy kể tên:



a) Các cạnh song song với cạnh AD;

b) Cạnh song song với cạnh AB;

c) Các đường thẳng song song với mặt phẳng (EFGH);

d) Các đường thẳng song song với mặt phẳng (DCGH).

Giải

a) Các cạnh song song với cạnh AD là: BC; EH; FG.

b) Cạnh song song với cạnh AB là EF.

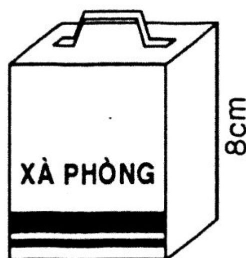
c) Các đường thẳng song song với mặt phẳng (EFGH) là: AB, BC, CD và AD.

d) Các đường thẳng song song với mặt phẳng (DCGH) là: BF, AE.

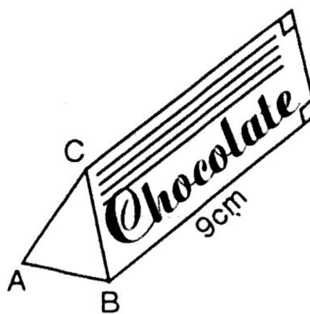
34. Tính thể tích của hộp xà phòng và hộp Sô-cô-la trên hình dưới, biết:

a) Diện tích đáy hộp xà phòng là $28cm^2$ (hình a).

b) Diện tích tam giác ABC ở hình b) là $12cm^2$.



a)



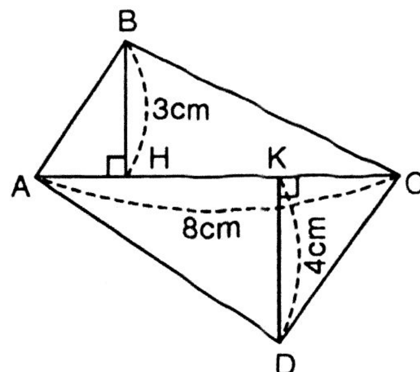
b)

Giải

a) Thể tích của hộp xà phòng là: $V_1 = S_1.h_1 = 28.8 = 224\ (cm^3)$

b) Thể tích của hộp Sô-cô-la là: $V_2 = S_2.h_2 = 12.9 = 108\ (cm^3)$.

35. Đáy của một lăng trụ đứng là tứ giác, các kích thước cho theo hình bên. Biết chiều cao của lăng trụ là 10cm. Hãy tính thể tích của nó.



Giải

Diện tích tứ giác ABCD là:

$$S = S_{\Delta ABC} + S_{\Delta ACD} = \frac{1}{2}BH.AC + \frac{1}{2}DK.AC$$

$$= \frac{1}{2}AC(BH + DK) = \frac{1}{2}.8(3 + 4) = 28\ (cm^2)$$

Thể tích của hình lăng trụ đứng là: $V = S.h = 28.10 = 280\ (cm^3)$

Vậy $V = 280\ cm^3$.

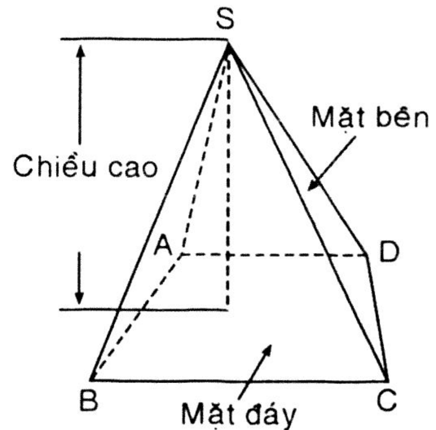
B. HÌNH CHÓP ĐỀU

§7. HÌNH CHÓP ĐỀU VÀ HÌNH CHÓP CỤT ĐỀU

I. KIẾN THỨC CƠ BẢN

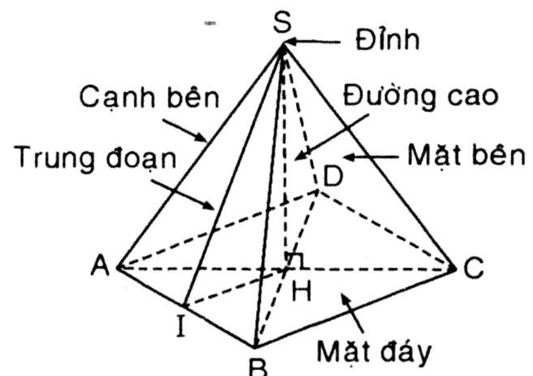
1. Hình chóp: Hình chóp là hình có mặt đáy là một đa giác và các mặt bên là những tam giác có chung một đỉnh. Đỉnh chung này gọi là *đỉnh* của hình chóp.

- Đường thẳng đi qua đỉnh và vuông góc với mặt đáy là đường cao của hình chóp.
- Ví dụ: Hình chóp S.ABCD có đỉnh là S và đáy là tứ giác ABCD, ta gọi đó là *hình chóp tứ giác*.



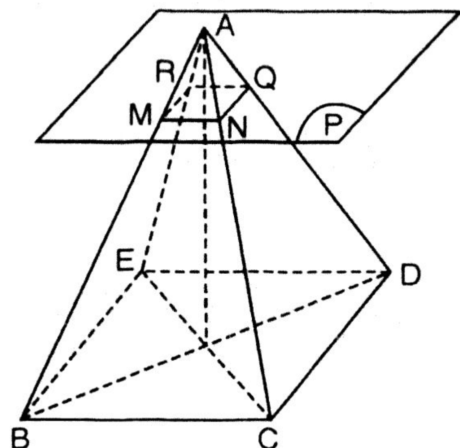
2. Hình chóp đều: Hình chóp đều là hình chóp có *mặt đáy là một đa giác đều*, các mặt bên là những *tam giác cân bằng nhau* có chung đỉnh (là đỉnh hình chóp).

- Chân đường cao H là tâm đường tròn đi qua các đỉnh của mặt đáy.
- Đường cao vẽ từ đỉnh S của mỗi mặt bên của hình chóp được gọi là trung đoạn của hình chóp đó.



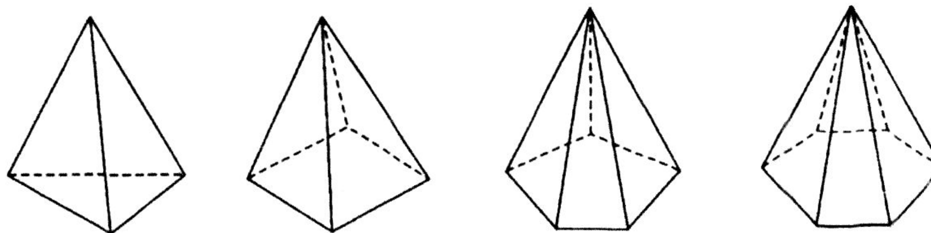
3. Hình chóp cụt đều: Cắt hình chóp đều bằng một mặt phẳng song song với đáy. Phần hình chóp nằm giữa mặt phẳng đó và mặt phẳng đáy của hình chóp gọi là *hình chóp cụt đều*.

- Mỗi *mặt bên* của hình chóp cụt đều là một *hình thang cân*.



II. BÀI TẬP SÁCH GIÁO KHOA

36. Quan sát hình bên dưới và điền cụm từ và số thích hợp vào các ô trống ở bảng sau, biết rằng các hình đã cho là những hình chóp đều.



	Chóp tam giác đều	Chóp tứ giác đều	Chóp ngũ giác đều	Chóp lục giác đều
Đáy	Tam giác đều			
Mặt bên		Tam giác cân		
Số cạnh đáy			5	
Số cạnh			10	
Số mặt		5		

Giải

	Chóp tam giác đều	Chóp tứ giác đều	Chóp ngũ giác đều	Chóp lục giác đều
Đáy	Tam giác đều	*Hình vuông*	*Ngũ giác đều*	*Lục giác đều*
Mặt bên	*Tam giác cân*	Tam giác cân	*Tam giác cân*	*Tam giác cân*
Số cạnh đáy	3	*4*	5	*6*
Số cạnh	*6*	*8*	10	*12*
Số mặt	*4*	5	*6*	*7*

37. Hãy xét sự đúng, sai của phát biểu sau:

a) Hình chóp đều có đáy là hình thoi và chân đường cao trùng với giao điểm hai đường chéo của đáy.

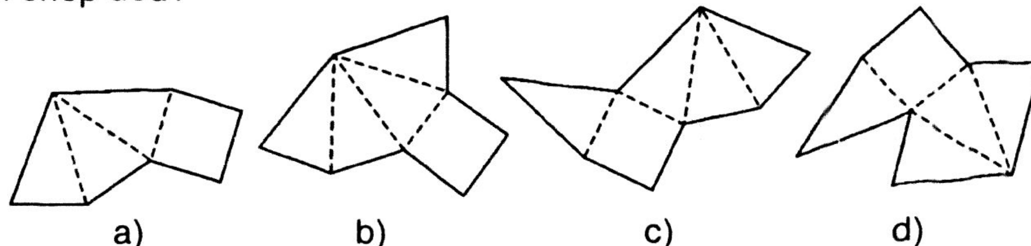
b) Hình chóp đều có đáy là hình chữ nhật và chân đường cao trùng với giao điểm hai đường chéo của đáy.

Giải

a) SAI vì hình chóp đều có đáy phải là đa giác đều mà hình thoi không phải là đa giác đều (hình vuông là tứ giác đều).

b) SAI vì hình chữ nhật không phải là hình đa giác đều nên không có hình chóp đều đáy là hình chữ nhật.

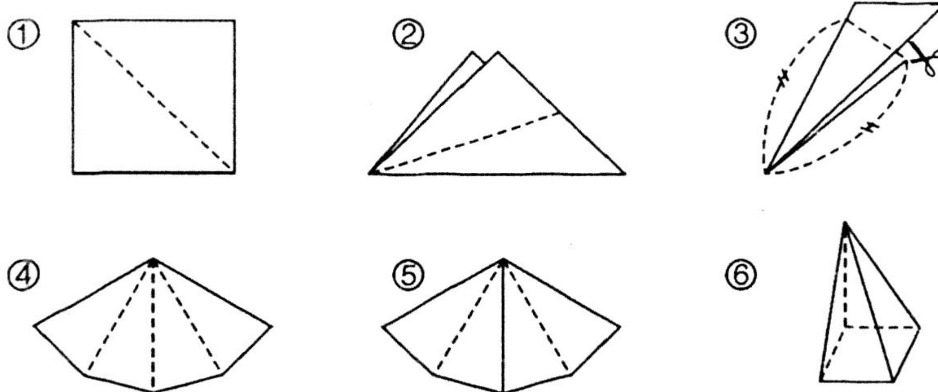
38. Trong các tấm bìa ở hình bên dưới, em gấp lại tấm bìa nào thì có được một hình chóp đều?



* Học sinh tự thực hành và rút ra nhận xét.

Đáp số: Chỉ có hình b, c là hình chóp đều.

39. Thực hành: Từ tờ giấy cắt ra một hình vuông rồi thực hiện các thao tác theo thứ tự từ 1 đến 6 để có thể ghép được các mặt bên của hình chóp tứ giác đều (hình dưới).



* Học sinh tự thực hành.

§8. DIỆN TÍCH XUNG QUANH CỦA HÌNH CHÓP ĐỀU

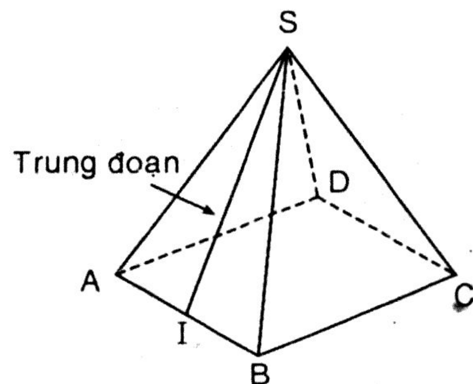
I. KIẾN THỨC CƠ BẢN

Công thức:

Diện tích xung quanh của hình chóp đều bằng tích nửa chu vi đáy với trung đoạn.

$$S_{xq} = p.d$$

(p: nửa chu vi đáy; d: trung đoạn)



II. BÀI TẬP SÁCH GIÁO KHOA

40. Một hình chóp tứ giác đều có độ dài cạnh bên bằng 25cm, đáy là hình vuông ABCD cạnh 30cm. Tính diện tích toàn phần của hình chóp.

Giải

Vẽ SH ⊥ BC.

Vậy SH là trung đoạn của hình chóp. Đặt SH = d. Vì S.ABCD là hình chóp tứ giác đều nên ΔSBC là tam giác cân và đường cao SH cũng là đường trung tuyến.

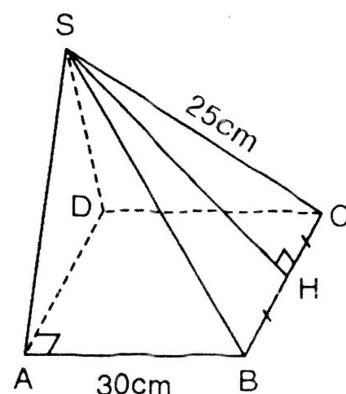
Do đó: $BH = \frac{BC}{2} = \frac{30}{2} = 15$ (cm)

Áp dụng định lí Py-ta-go trong tam giác vuông HSB, ta có:

$$SB^2 = SH^2 + BH^2 \Rightarrow SH = \sqrt{SB^2 - BH^2} = \sqrt{25^2 - 15^2} = 20 \text{ (cm)}$$

Nửa chu vi đáy của hình chóp là:

$$p = \frac{4AB}{2} = 2AB = 2.30 = 60 \text{ (cm)}$$



Vậy diện tích xung quanh hình chóp là:

$$S_{xq} = p.d = 60.20 = 1200 \text{ (cm}^2\text{)}$$

Diện tích đáy hình chóp là:

$$S_{đáy} = AB^2 = 30^2 = 900 \text{ (cm}^2\text{)}$$

Vậy diện tích toàn phần hình chóp S.ABCD là:

$$S_{tp} = S_{xq} + S_đ = 1200 + 900 = 2100 \text{ (cm}^2\text{)}$$

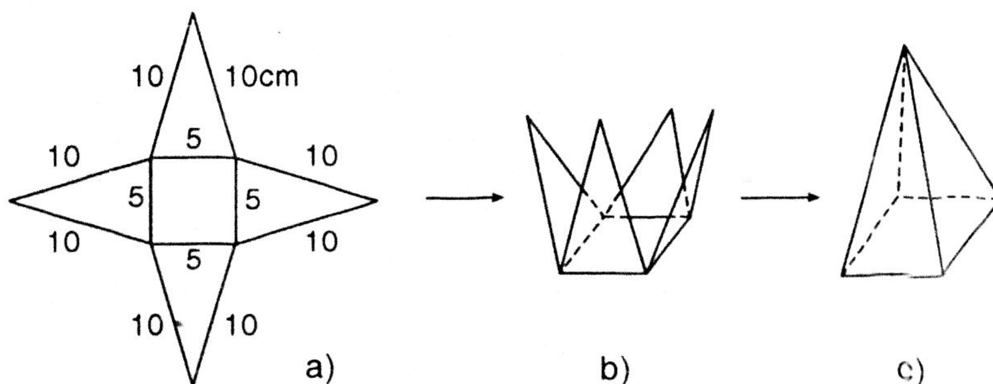
Vậy $S_{tp} = 2100$ cm^2.

41. Vẽ, cắt và gấp miếng bìa như đã chỉ ra ở hình vẽ bên dưới để được hình chóp tứ giác đều.

a) Trong hình a), có bao nhiêu tam giác cân bằng nhau?

b) Sử dụng định lí Py-ta-go để tính chiều cao ứng với đáy của mỗi tam giác.

c) Diện tích xung quanh và diện tích toàn phần của hình chóp đều này là bao nhiêu?



Giải

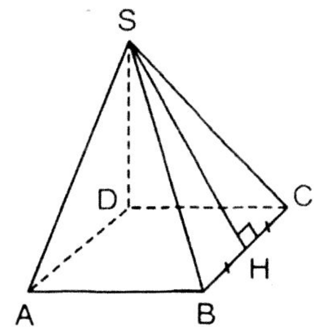
a) Vì hình vẽ trên là hình chóp tứ giác đều đáy là hình vuông. Do đó 4 mặt bên là những tam giác cân bằng nhau. (c.c.c)

b) Vẽ SH ⊥ BC. Ta có $BH = \frac{5}{2} = 2,5$ (cm).

Áp dụng định lí Py-ta-go trong tam giác vuông HSB, ta có:

$$SB^2 = SH^2 + BH^2$$

$$\Rightarrow \quad SH^2 = SB^2 - BH^2$$



$\Rightarrow \quad SH = \sqrt{SB^2 - BH^2}$

$= \sqrt{10^2 - 2,5^2} = \sqrt{93,75} \approx 9,68$ (cm)

Vậy SH = 9,68 cm.

c) * Diện tích xung quanh của hình chóp:

– Nửa chu vi đáy của hình chóp:

$$p = \frac{4BC}{2} = 2.BC = 2.5 = 10 \text{ (cm)}$$

– Diện tích xung quanh của hình chóp là:

$$S_{xq} = p.SH = 10.9,68 = 96,8 \text{ (cm}^2\text{)}$$

* Diện tích toàn phần của hình chóp là:

Ta có $S_{đáy} = 5^2 = 25$ (cm²)

Vậy diện tích toàn phần hình chóp là:

$$S_{tp} = S_{xq} + S_{đáy} = 96,8 + 25 = 121,8 \text{ (cm}^2\text{)}.$$

42. Tính độ dài đường cao của hình chóp tứ giác đều với các kích thước cho trên hình ở bài 41.

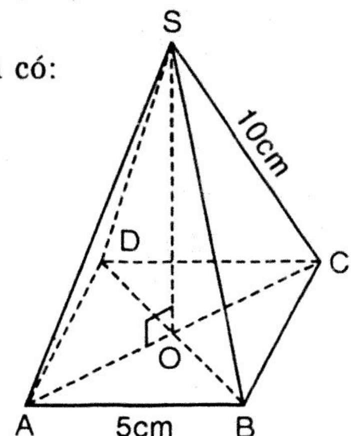
Giải

Gọi O là giao điểm của hai đường chéo hình vuông ABCD. Khi đó O là tâm đường tròn đi qua 4 đỉnh hình vuông ABCD.

Nối SO, khi đó SO là đường cao hình chóp S.ABCD hay SO ⊥ AC.

Vì ABCD là hình vuông có cạnh AB = 5cm

Do đó $AC = AB\sqrt{2} = 5\sqrt{2}$ (cm) $\Rightarrow AO = \dfrac{AC}{2} = \dfrac{5\sqrt{2}}{2}$ (cm)



Áp dụng định lí Pitago trong tam giác vuông SAO, ta có:

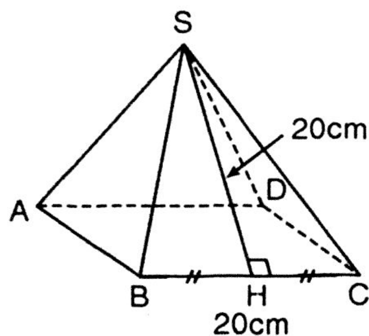
$$SA^2 = SO^2 + OA^2 \Rightarrow SO^2 = SA^2 - OA^2$$

$$\Rightarrow SO = \sqrt{SA^2 - OA^2} = \sqrt{10^2 - \left(\frac{5\sqrt{2}}{2}\right)^2}$$

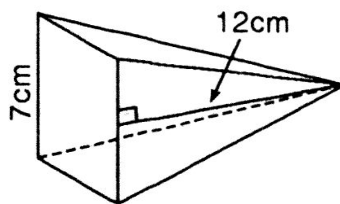
$$= \sqrt{100 - \frac{25}{2}} = \sqrt{\frac{125}{2}} \approx 9,35 \text{ (cm)}$$

Vậy SO ≈ 9,35 (cm).

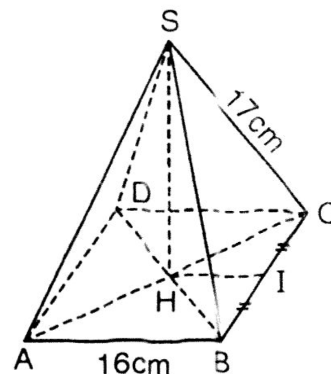
43. Tính diện tích xung quanh, diện tích toàn phần của các hình chóp tứ giác đều sau đây (hình dưới):



a)



b)



c)

Giải

a) Hình a) : Vì S.ABCD là hình chóp tứ giác đều nên ABCD là hình vuông.

Do đó nửa chu vi đáy: $p = \dfrac{4AB}{2} = 2AB = 2.20 = 40$ (cm)

Vì SBC là tam giác cân nên đường cao SH cũng là trung đoạn của hình chóp đều. Vậy diện tích xung quanh hình chóp đều S.ABCD là:

$$S_{xq} = p.d = 40.20 = 800 \text{ (cm}^2\text{)}$$

Diện tích đáy là:

$$S_{đáy} = BC^2 = 20^2 = 400 \text{ (cm}^2\text{)}$$

Vậy diện tích toàn phần là:

$$S_{tp} = S_{xq} + S_{đáy} = 800 + 400 = 1200 \text{ (cm}^2\text{)}$$

b) Hình b) : Tính tương tự câu a) ta có kết quả:

$$S_{xq} = \frac{1}{2}.12.7.4 = 168 \text{ (cm}^2\text{)}$$

$$S_{đáy} = 7^2 = 49 \text{ (cm}^2\text{)}$$

$$S_{tp} = 217 \text{ (cm}^2\text{)}$$

c) Hình c) : Lí luận tương tự BÀI TẬP MẪU, ta có:

- Chiều cao mặt bên hình chóp là:

$$h = SI = \sqrt{17^2 - 8^2} = \sqrt{225} = 15 \text{ (cm)}$$

- Diện tích xung quanh hình chóp là:

$$S_{xq} = \frac{4.16}{2}.15 = 480 \text{ (cm}^2\text{)}$$

- Diện tích đáy hình chóp là:

$$S_{đáy} = AB^2 = 16^2 = 256 \text{ (cm}^2\text{)}$$

Vậy diện tích toàn phần hình chóp là:

$$S_{tp} = S_{xq} + S_{đáy} = 480 + 256 = 736 \text{ (cm}^2\text{)}$$

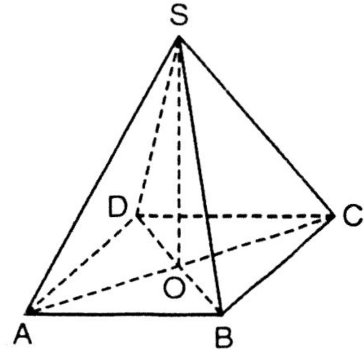
§9. THỂ TÍCH HÌNH CHÓP ĐỀU

I. KIẾN THỨC CƠ BẢN

* Công thức: Thể tích hình chóp đều bằng $\frac{1}{3}$ diện tích đáy nhân với chiều cao.

$$V = \frac{1}{3}.S.h$$

(S: diện tích đáy, h: chiều cao)

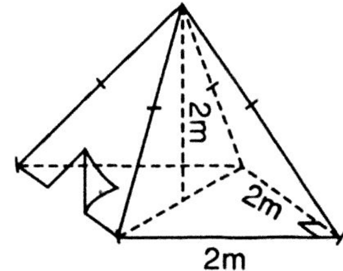


II. BÀI TẬP SÁCH GIÁO KHOA

44. Hình bên là một cái lều ở trại hè của học sinh kèm theo các kích thước.

a) Thể tích không khí bên trong lều là bao nhiêu?

b) Xác định số vải bạt cần thiết để dựng lều (không tính đến đường viền, nếp gấp,... biết $\sqrt{5} \approx 2,24$)



Giải

a) Theo đề bài ta có thể tích không khí bên trong lều bằng thể tích của hình chóp có chiều cao bằng 2m và đáy là hình vuông cạnh dài 2m.

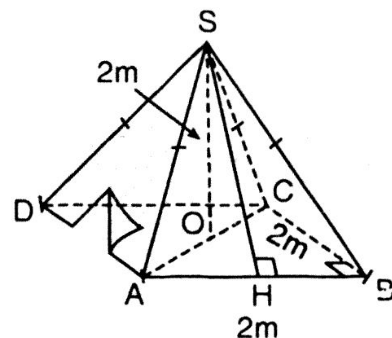
$$V = \frac{1}{3}Sh \quad \text{với } S = 2^2 = 4m^2$$

$$h = 2m$$

Vậy $\quad V = \frac{1}{3}.4.2 = \frac{8}{3}\ (m^3).$

b) Số vải bạt cần thiết để dựng lều chính là diện tích của bốn mặt, mỗi mặt là một tam giác cân.

Ta có đáy hình chóp đều là một hình vuông có cạnh dài 2m nên đường chéo $AC = AB\sqrt{2} = 2\sqrt{2}$ (cm)



Mà $OC = \frac{AC}{2} = \frac{2\sqrt{2}}{2} = \sqrt{2}$ (m)

Vì SO là đường cao của hình chóp S.ABCD nên SO ⊥ AC. Khi đó ΔSCO vuông tại O.

Áp dụng định lí Py-ta-go trong tam giác vuông SCO, ta có:

$$SC^2 = SO^2 + OC^2 = 4 + 2 = 6 \Rightarrow SC = \sqrt{6}\ (m)$$

Vì S. ABCD là hình chóp đều đáy là hình vuông nên ta có:

$$SA = SB = SC = SD$$

Vì $\Delta SAB = \Delta SBC = \Delta SCD = \Delta SAD$.

Suy ra diện tích 4 tam giác này cũng bằng nhau.

Vẽ đường cao SH của tam giác cân SAB.

Áp dụng định lí Pitago trong tam giác vuông HSB ta có:

$$SB^2 = SH^2 + HB^2 \Rightarrow SH^2 = SB^2 - HB^2 = (\sqrt{6})^2 - 1^2 = 6 - 1 = 5$$

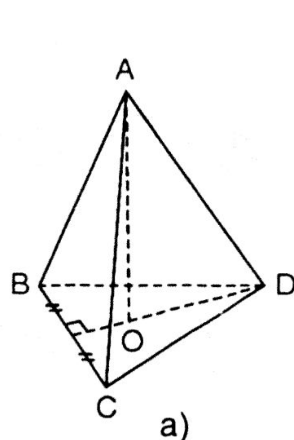
$$\Rightarrow SH = \sqrt{5}\ (m)$$

Vậy diện tích của ΔSAB là: $\frac{1}{2}SH.AB = \frac{1}{2}.\sqrt{5}.2 = \sqrt{5}\ (m^2)$

Khi đó diện tích 4 mặt bên là: $4\sqrt{5} = 4.\ 2,24 = 8,96\ (m^2)$

Vậy số vải bạt cần thiết để dựng lều là $8,96m^2$.

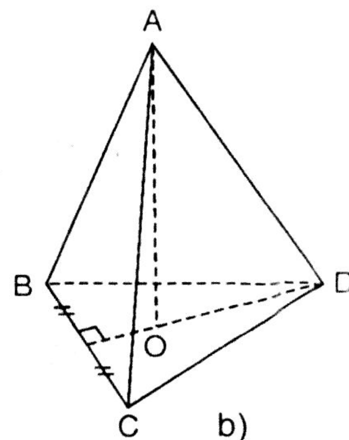
45. Tính thể tích của mỗi hình chóp đều dưới đây (hình a, b):



a)

Đường cao AO = 12cm

BC = 10cm ($\sqrt{75} \approx 8,66$)



b)

Đường cao AO = 16,2cm

BC = 8cm ($\sqrt{48} \approx 6,93$)

Giải

Hướng dẫn: Cho tam giác đều ABC thì diện tích của nó: $S = \frac{AB^2.\sqrt{3}}{4}$

a) (Hình a) : Vì S.BCD là hình chóp đều có đáy là tam giác đều CBD có cạnh 10cm.

Ta có $S_{BCD} = \frac{BC^2.\sqrt{3}}{4} = \frac{100\sqrt{3}}{4} = 25\sqrt{3}\ (cm^2)$

Khi đó $V = \frac{1}{3}S.h = \frac{1}{3}.25.\sqrt{3}.12 = 100\sqrt{3} \approx 173,2\ (cm^3)$

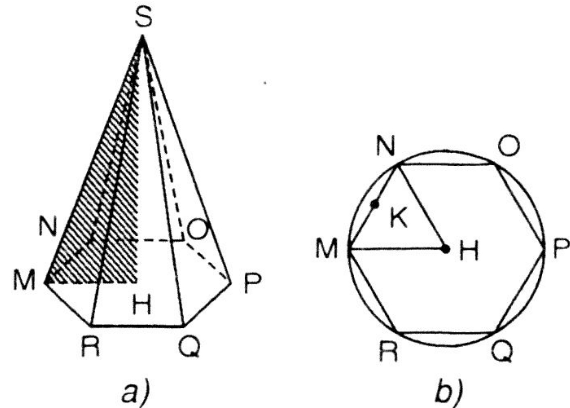
b) (Hình b) Lý luận tương tự câu a), ta có:

$$S_{BCD} = \frac{BC^2.\sqrt{3}}{4} = \frac{64.\sqrt{3}}{4} = 8\sqrt{3}\ (cm^2)$$

Khi đó: $V = \frac{1}{3}.S.h = \frac{1}{3}.8\sqrt{3}.16,2 \approx 149,688\ (cm^3)$

46. S.MNOPQR là một hình chóp lục giác đều (hình a). Bán kính đường tròn ngoại tiếp đáy (đường tròn tâm H, đi qua sáu đỉnh của đáy) HM = 12cm (hình b), chiều cao SH = 35cm. Hãy tính:

a) Diện tích đáy và thể tích của hình chóp (biết $\sqrt{108} \approx 10,39$);



b) Độ dài cạnh bên SM và diện tích toàn phần của hình chóp (biết $\sqrt{1333} \approx 36,51$).

Giải

a) Vì S.MNOPQR là một hình chóp lục giác đều nên đáy là một lục giác đều, chia ra thành 6 tam giác đều bằng nhau mà mỗi tam giác đều bằng ΔHMN.

Ta có $S_{HMN} = \frac{HM^2.\sqrt{3}}{4} = \frac{12^2.\sqrt{3}}{4} = 36\sqrt{3}\ cm^2$

Suy ra diện tích đáy hình chóp:

$$S_{MNOPQR} = 6.S_{HMN} = 6.\ 36\sqrt{3} = 216.\sqrt{3} \approx 374,11\ (cm^2)$$

$$V = \frac{1}{3}.S.h = \frac{1}{3}.216.\sqrt{3}.35 = 4363,8\ (cm^3).$$

b) – Áp dụng định lý Pitago trong tam giác vuông HSM ta có:

$$SM^2 = SH^2 + HM^2 = 35^2 + 12^2 = 1225 + 144 = 1369$$

$\Rightarrow$ SM = 37 (cm)

– Trong tam giác cân SMR có cạnh đáy MR = HM = 12 (cm) và cạnh bên SM = 37 (cm), ta vẽ đường cao SA của ΔSMR.

Áp dụng định lí Pitago trong tam giác vuông ASR, ta có:

$$SM^2 = SA^2 + AR^2$$

$$\Rightarrow SA^2 = SM^2 - AR^2 = SA^2 - \left(\frac{MR}{2}\right)^2 = 37^2 - \left(\frac{12}{2}\right)^2 = 37^2 - 6^2 = 1333$$

$$\Rightarrow SA = \sqrt{1333} \approx 36,52\ (cm)$$

Khi đó diện tích xung quanh hình chóp là:

$$S_{xq} = p.d \begin{cases} p: \text{nửa chu vi đáy} \\ d: \text{trung đoạn} \end{cases}$$

$$= \frac{6.MR}{2}.SA = 3.MR.SA = 3.12.\sqrt{1333}$$

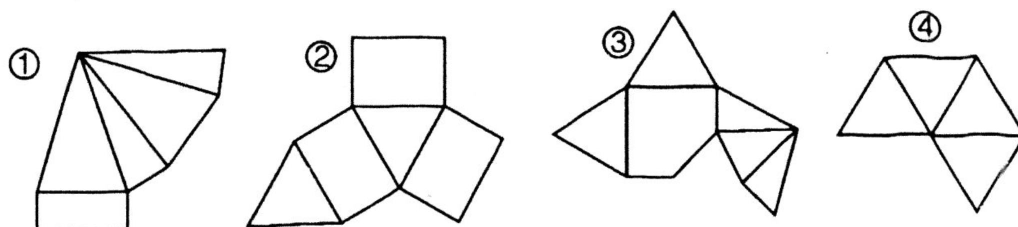
$$= 36.\sqrt{1333} = 36.36{,}51 = 1314{,}36\ (cm^2)$$

Vậy diện tích toàn phần hình chóp S.MNOPQR là:

$$S = S_{xq} + S_{đáy} = 1314{,}36 + 374{,}11 = 1688{,}47\ (cm^2).$$

Luyện tập

47. Trong các miếng bìa ở hình vẽ, miếng nào khi gấp và dán lại thì được một hình chóp đều?



Giải

Các em tự lấy giấy cắt và gấp lại theo các hình 1, 2, 3, 4. Ta nhận thấy hình 4 là một hình chóp đều vì đáy của nó là một hình vuông và 4 mặt bên là 4 tam giác cân bằng nhau có chung một đỉnh.

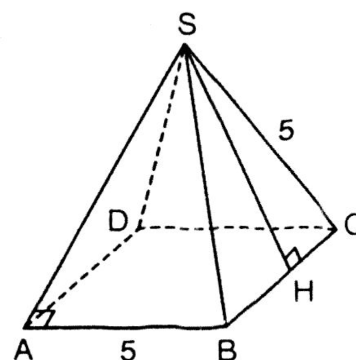
48. Tính diện tích toàn phần của:

a) Hình chóp tứ giác đều, biết cạnh đáy a = 5cm, cạnh bên b = 5cm, $\sqrt{18{,}75} \approx 4{,}33$;

b) Hình chóp lục giác đều, biết cạnh đáy a = 6cm, cạnh bên b = 10cm, $\sqrt{3} \approx 1{,}73$, $\sqrt{91} \approx 9{,}54$.

Giải

a) Giả sử ta có hình chóp tứ giác đều S.ABCD thỏa mãn điều kiện đề bài.



– Ta có đáy ABCD là hình vuông nên:

$$p = \frac{4.5}{2} = 10\ (m)$$

– ΔSBC là tam giác cân nên đường cao SH cũng là trung đoạn.

Áp dụng định lí Py-ta-go trong tam giác vuông HSC ta có:

$$SC^2 = SH^2 + HC^2 \Rightarrow SH^2 = SC^2 - HC^2 = SC^2 - \left(\frac{BC}{2}\right)^2$$

$$= 5^2 - \left(\frac{5}{2}\right)^2 = 25 - \frac{25}{4} = \frac{100-25}{4} = \frac{75}{4} = 18{,}75.$$

$$\Rightarrow SH = \sqrt{18{,}75} \approx 4{,}33$$

– Vậy diện tích xung quanh hình chóp tứ giác đều là:

$$S_1 = p.d = 10.4{,}33 = 43{,}3\ (cm^2)$$

– Diện tích đáy hình vuông ABCD: $S_2 = a^2 = 5^2 = 25\ (cm^2)$

– Vậy diện tích toàn phần của hình chóp tứ giác đều là:

$$S = S_1 + S_2 = 43{,}3 + 25 = 68{,}3\ (cm^2).$$

b) Tương tự với lục giác đều:

– Nửa chu vi đáy là: $p = \frac{6.6}{2} = 18\ (cm)$

– Trung đoạn:

$$SH^2 = SC^2 - HC^2 = SC^2 - \left(\frac{BC}{2}\right)^2 = 10^2 - \left(\frac{6}{2}\right)^2 = 100 - 9 = 91$$

$$\Rightarrow SH = \sqrt{91}\ (cm) = 9{,}54\ (cm)$$

– Vậy diện tích xung quanh là: $S_1 = p.d = 18.9{,}54 = 171{,}72\ (cm^2)$

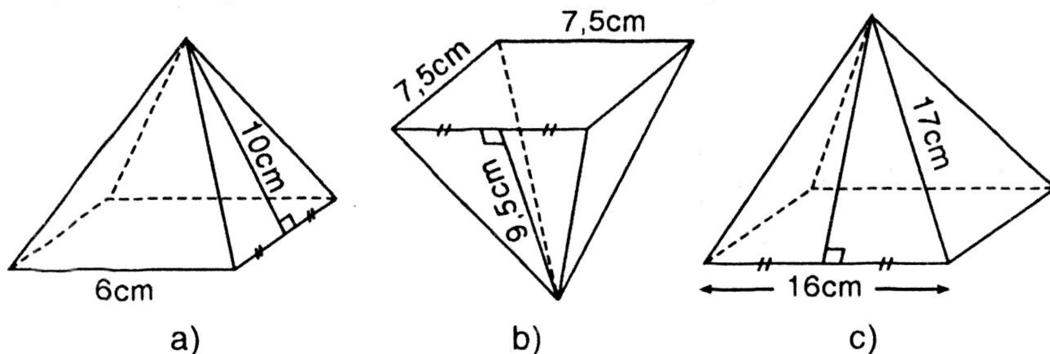
– Diện tích hình lục giác đều là:

$$S_2 = 6.\frac{a^2\sqrt{3}}{4} = \frac{6.36.\sqrt{3}}{4} = 54.\sqrt{3} = 54.1{,}73 = 93{,}42\ (cm^2).$$

Vậy diện tích toàn phần hình lục giác đều là:

$$S = S_1 + S_2 = 171{,}72 + 93{,}42 = 265{,}14\ (cm^2).$$

49. Tính diện tích xung quanh của các hình chóp tứ giác đều sau đây:



Giải

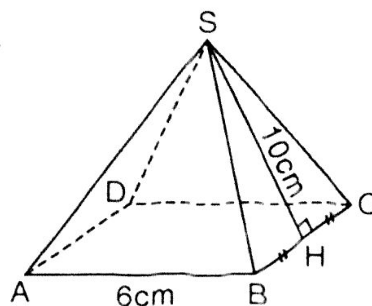
* Hình a:

– Vì ABCD là hình vuông nên nửa chu vi đáy là:

$$p = \frac{4AB}{2} = 2AB = 2.6 = 12\ (cm)$$

– Vậy diện tích xung quanh hình chóp là:

$$S_{xq} = p.d = p.SH = 12.10 = 120\ (cm^2).$$



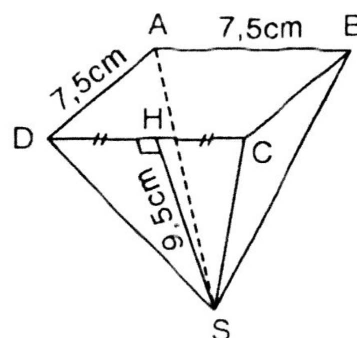
* Hình b:

– Vì ABCD là hình vuông nên nửa chu vi đáy là:

$$p = \frac{4AB}{2} = 2.7,5 = 15\ (cm)$$

– Vậy diện tích xung quanh hình chóp là:

$$S_{xq} = p.d = p.SH = 15.9,5 = 142,5\ (cm^2)$$



* Hình c:

– Vì ABCD là hình vuông nên nửa chu vi đáy là:

$$p = \frac{4AB}{2} = 2.AB = 2.16 = 32\ (cm)$$

– Vì SAB là tam giác cân nên:

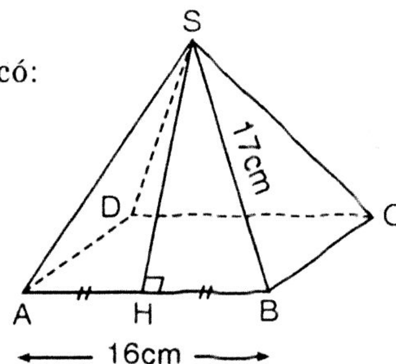
$$HB = \frac{AB}{2} = 8\ (cm)$$

Áp dụng định lí Py-ta-go trong tam giác HSB, ta có:

$$SH^2 = SB^2 - HB^2$$
$$= 17^2 - 8^2 = 289 - 64 = 225$$
$$\Rightarrow SH = \sqrt{225} = 15\ (cm)$$

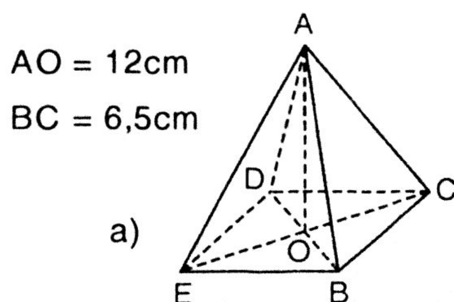
Vậy diện tích xung quanh là:

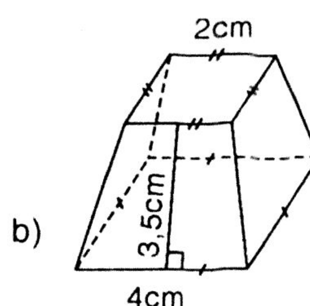
$$S_{xq} = p.SH = 32.15 = 480\ (cm^2)$$



50. a) Tính thể tích của hình chóp đều (hình a)

b) Tính diện tích xung quanh của hình chóp cụt đều (hình b).





(Hướng dẫn: Diện tích cần tính bằng tổng diện tích các mặt xung quanh. Các mặt xung quanh là những hình thang cân với cùng chiều cao, các cạnh đáy tương ứng bằng nhau, các cạnh bên bằng nhau).

Giải

a) Ta có BCDE là hình vuông nên: $S = BC^2 = 6,5^2 = 42,25\ (cm^2)$

$$h = AO = 12 \text{ (cm)}$$

Vậy thể tích hình chóp đều A.BCDE là:

$$V = \frac{1}{3}S.h = \frac{1}{3}.42,25.12 = 42,25.4 = 169 \text{ (cm}^2\text{)}$$

b) Ta biết rằng diện tích xung quanh hình chóp cụt đều bằng tổng diện tích 4 mặt xung quanh và mỗi mặt là một hình thang cân.

Ta có ABB'A' là một hình thang cân nên:

$$S_1 = \frac{(AB + A'B')}{2}.IK = \frac{2+4}{2}.3,5 = 3.3,5 = 10,5 \text{ (cm}^2\text{)}$$

Vậy diện tích xung quanh hình chóp cụt là: $S = 4.10,5 = 42$ (cm^2).

ÔN TẬP CHƯƠNG IV

A. Tóm tắt

Hình lăng trụ đứng - Hình hộp - Hình chóp đều

Hình	Diện tích xung quanh	Diện tích toàn phần	Thể tích
– *Lăng trụ đứng*: Hình có các mặt bên là hình chữ nhật, đáy là một hình đa giác. – *Lăng trụ đều*: Lăng trụ đứng có đáy là đa giác đều.	$S_{xq} = 2p.h$ p: nửa chu vi đáy h: chiều cao	$S_{tp} = S_{xq} + 2S_đ$	$V = S.h$ S: diện tích đáy h: chiều cao
– *Hình hộp chữ nhật:* Hình có sáu mặt là những hình chữ nhật	$S_{xq} = 2(a + b)c$ a, b: hai cạnh đáy c: chiều cao	$S_{tp} = (ab + ac + bc)$	$V = abc$
– *Hình lập phương:* Hình hộp chữ nhật có ba kích thước bằng nhau (các mặt đều là hình vuông).	$S_{xq} = 4a^2$ a: cạnh hình lập phương.	$S_{tp} = 6a^2$	$V = a^3$

– Hình chóp đều: Hình chóp đều là hình chóp có mặt đáy là một đa giác đều, các mặt bên là những tam giác cân bằng nhau có chung đỉnh.	$S_{xq} = p.d$ p: nửa chu vi đáy d: chiều cao của mặt bên (trung đoạn)	$S_{tq} = S_{xq} + S_đ$	$V = \frac{1}{3}S.h$ S: diện tích đáy h: chiều cao

B. Bài tập

51. Tính diện tích xung quanh, diện tích toàn phần và thể tích của lăng trụ đứng có chiều cao h và đáy lần lượt là:

a) Hình vuông cạnh a.

b) Tam giác đều cạnh a.

c) Lục giác đều cạnh a.

d) Hình thang cân, đáy lớn là 2a, các cạnh còn lại bằng a.

e) Hình thoi có hai đường chéo là 6a và 8a.

Giải

a) Với hình vuông có cạnh là a:

– Diện tích xung quanh: $S_{xq} = 2p.h \begin{cases} p : \text{nửa chu vi đáy} \\ h : \text{chiều cao} \end{cases}$

$S_{xq} = 4a.h$

– Diện tích toàn phần: $S_{tp} = S_{xq} + 2S_d = 4a.h + 2a^2 = 2a(a + 2h)$

– Thể tích: $V = S.h = a^2.h$

b) Tam giác đều cạnh là a:

– Diện tích xung quanh: $S_{xq} = 2ph = 3a.h$

– Diện tích toàn phần:

$$S_{tp} = S_{xq} + 2S_d \begin{cases} \text{đường cao tam giác đều cạnh a} = \dfrac{a\sqrt{3}}{2} \\ \text{S tam giác đều cạnh a} = a.\dfrac{a\sqrt{3}}{4} \end{cases}$$

$$2S_d = 2.a.\frac{a\sqrt{3}}{4} = \frac{a^2\sqrt{3}}{2}$$

$$S_{tp} = 3ah + \frac{a^2\sqrt{3}}{2}$$

– Thể tích: $V = S.h = \frac{a^2\sqrt{3}}{4}.h = \frac{a^2h\sqrt{3}}{4}$

c) Lục giác đều cạnh là a:

– Diện tích xung quanh: $S_{xq} = 6ah$

– Diện tích toàn phần: $S_{tp} = S_{xq} + 2.S_d = 6ah + 2.6.\frac{a^2\sqrt{3}}{4} = 6ah + 3a^2\sqrt{3}$

(Lục giác đều chia thành 6 tam giác đều là a)

$$S_{tp} = 3a(2h + a\sqrt{3})$$

– Thể tích: $V = Sh = 6.\frac{a^2\sqrt{3}}{4}.h = \frac{3a^2h\sqrt{3}}{2}$

d) Hình thang cân đáy lớn là 2a, các cạnh còn lại bằng a.

– Diện tích xung quanh: $S_{xq} = 2p.h = 5ah$.

– Diện tích toàn phần:

Áp dụng định lí Py-ta-go trong tam giác vuông HAD ta có:

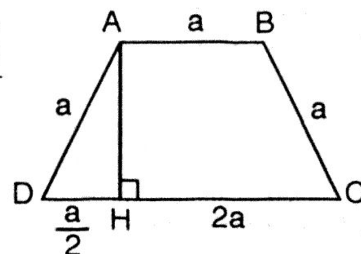
$$AH^2 = AD^2 - AH^2 = a^2 - \left(\frac{a}{2}\right)^2 = \frac{3a^2}{4} \Rightarrow AH = \frac{a\sqrt{3}}{2}$$

– Diện tích hình thang ABCD là:

$$S_d = \frac{1}{2}(AB + CD).AH = \frac{1}{2}(a + 2a).\frac{a\sqrt{3}}{2} = \frac{3a^2\sqrt{3}}{4}$$

Vậy diện tích toàn phần là:

$$S_{tp} = S_{xq} + 2.S_d = 5ah + 2.\frac{3a^2\sqrt{3}}{4} = 5ah + \frac{3a^2\sqrt{3}}{2}$$



– Thể tích: $V = S.h = \frac{3a^2\sqrt{3}}{4}.h$

e) Hình thoi có hai đường chéo là 6a và 8a.

– Diện tích xung quanh: Áp dụng định lí Py-ta-go trong tam giác vuông OAB, ta có:

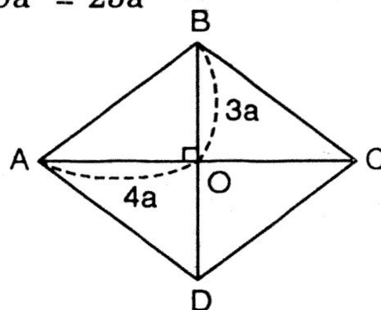
$$AB^2 = OA^2 + OB^2 = (4a^2) + (3a^2) = 16a^2 + 9a^2 = 25a^2$$

$\Rightarrow$ $AB = 5a$

Vậy $S_{xq} = 2p.h = 4.AB.h = 4.5a.h = 20ah$.

– Diện tích toàn phần:

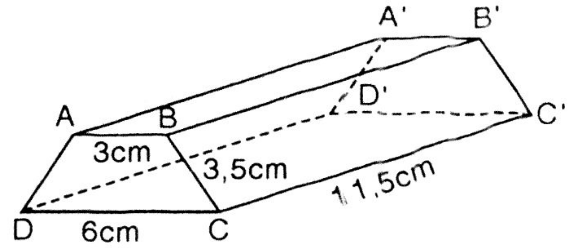
Ta có: $S_d = \frac{1}{2}(AC.BD) = \frac{1}{2}(8a.6a) = 24a^2$



Vậy $S_{tp} = S_{xq} + 2.S_đ = 20ah + 48a^2 = 4a(5h + 12a)$

– Thể tích: $V = S.h = 48a^2h$

52. Tính diện tích toàn phần của thanh gỗ như ở hình bên (mặt trước, mặt sau của thanh gỗ là những hình thang cân, bốn mặt còn lại đều là những hình chữ nhật, cho biết $\sqrt{10} \approx 3,16$).



Giải

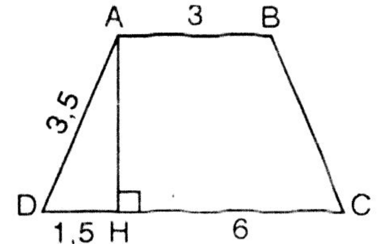
– Ta có mặt trước ABCD và mặt sau A'B'C'D' là những hình thang cân bằng nhau. Áp dụng định lí Py-ta-go trong tam giác vuông AHD, ta có:

$$AH^2 = AD^2 - DH^2 = 3,5^2 - 1,5^2 = (3,5 + 1,5)(3,5 - 1,5) = 5.2 = 10$$

$\Rightarrow AH = \sqrt{10} \approx 3,16$ (cm)

Diện tích hình thang ABCD là:

$$S_đ = \frac{(AB + CD)}{2}.AH = \frac{(3+6)}{2}.3,16 = \frac{9.3,16}{2} = 14,22\ (cm^2)$$



– Diện tích xung quanh của thanh gỗ là:

$$S_{xq} = 2p.h \begin{cases} p: \text{Nửa chu vi đáy} \\ h: \text{chiều cao} \end{cases}$$

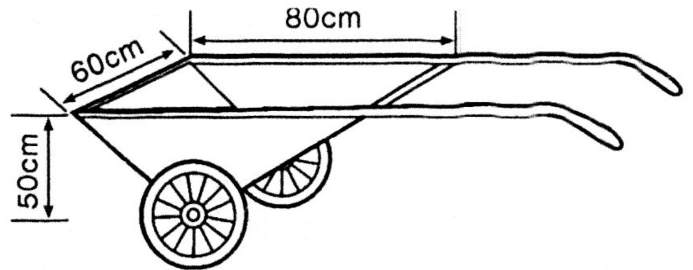
$= (AB + BC + CD + DA).\ CC'$

$= (3 + 3,5 + 6 + 3,5).11,5 = 16.11,5 = 184\ (cm^2)$

– Diện tích toàn phần của thanh gỗ là:

$$S_{tp} = S_{xq} + 2.S_đ = 184 + 2.14,22 = 184 + 28,44 = 212,44\ (cm^2).$$

53. Thùng chứa của xe ở hình bên có dạng lăng trụ đứng tam giác, các kích thước cho trên hình. Hỏi dung tích của thùng chứa là bao nhiêu?

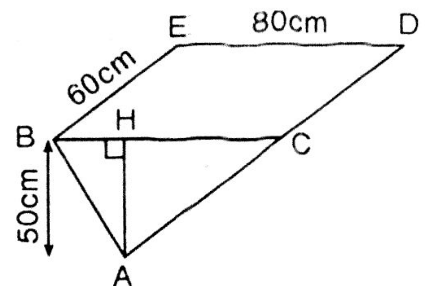


Giải

Ta biết rằng dung tích của thùng chứa chính là thể tích của thùng chứa có dạng lăng trụ đứng đáy tam giác và chiều cao BE = 60cm.

Khi đó: $V = S.h = \frac{1}{2}BC.AH.BE$

$= \frac{1}{2}.80.50.60 = 120.000\ (cm^3)$

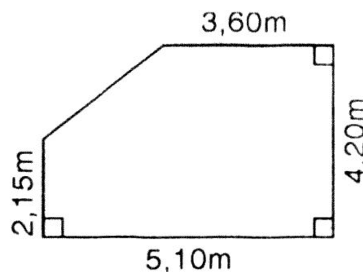


Vậy dung tích của thùng chứa là 120.000 cm^3.

54. Người ta muốn đổ một tấm bê tông dày 3cm, bề mặt của tấm bê tông có các kích thước như ở hình bên.

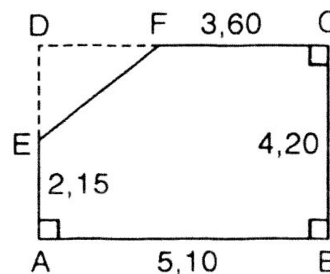
a) Số bê tông cần phải có là bao nhiêu?

b) Cần phải có bao nhiêu chuyến xe để chở số bê tông, nếu mỗi xe chứa được $0,06m^3$? (không tính số bê tông dư thừa hoặc rơi vãi).



Giải

Ta vẽ hình đã cho thành hình chữ nhật ABCD.



Ta có: $S_{ABCD} = AB.BC = 5,10 \times 4,20 = 21,42\ (m^2)$

$$S_{DEF} = \frac{1}{2}DE.DF = \frac{1}{2}.2,05.1,5 = 1,54\ (m^2)$$

Vậy $S_{ABCFE} = S_{ABCD} - S_{DEF}$

$$= 21,42 - 1,54 = 19,88\ (m^2)$$

a) Số bê tông phải đổ chính là thể tích tấm bê tông dày 3cm = 0,03m:

$$V = S.h = 19,88 \times 0,03 = 0,5964\ (m^3)$$

b) Vì số xe là một số nguyên, nên khi tính xong ta phải làm tròn lên:

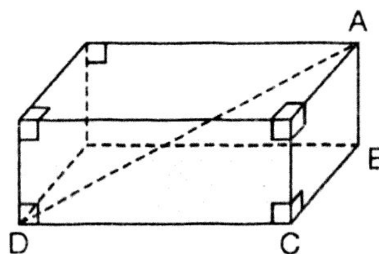
Số chuyến xe để chở $0,5964\ (m^3)$ bê tông là:

$$0,5964 : 0,06 = 9,94 \approx 10 \text{ (chuyến)}$$

Đáp số: 10 chuyến.

55. A, B, C, D là các đỉnh của một hình hộp chữ nhật. Hãy quan sát hình bên dưới rồi điền vào các ô trống ở bảng sau:

AB	BC	CD	AD
1	2	2	
2	3		7
2		9	11
	12	20	25



Giải

- Tính AD = ?

Áp dụng định lí Py-ta-go trong tam giác vuông ABC, ta có:

$$AC^2 = AB^2 + BC^2 = 1^2 + 2^2 = 5$$

Áp dụng định lí Py-ta-go trong tam giác vuông ACD, ta có:

$$AD^2 = AC^2 + CD^2 = 5 + 2^2 = 9$$

$$\Rightarrow \quad AD = 3$$

– Tính CD = ?

Ta có: $AC^2 = AB^2 + BC^2 = 2^2 + 3^2 = 13$

Ta có: $AD^2 = AC^2 + CD^2 \Rightarrow CD^2 = AD^2 - AC^2 = 7^2 - 13 = 49 - 13 = 36$

$\Rightarrow CD = 6$

– Tính BC = ?

Ta có $AD^2 = AB^2 + BD^2 \Rightarrow BD^2 = AD^2 - AB^2 = 11^2 - 2^2 = 117$

Ta có $BD^2 = BC^2 + CD^2 \Rightarrow BC^2 = BD^2 - CD^2 = 117 - 81 = 36$

$\Rightarrow BC = 6.$

– Tính AB = ?

Ta có $BD^2 = BC^2 + CD^2 = 12^2 + 20^2 = 544$

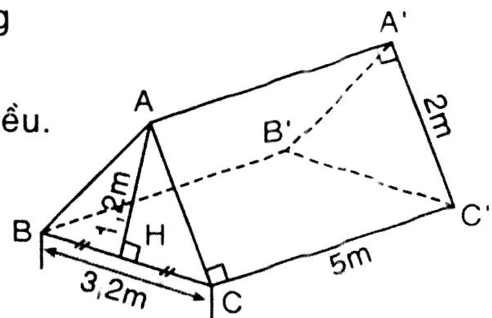
Ta có $AD^2 = AB^2 + BD^2 \Rightarrow AB^2 = AD^2 - BD^2 = 625 - 544 = 81$

$\Rightarrow AB = 9.$

56. Một cái lều ở trại hè có dạng lăng trụ đứng tam giác (với các kích thước trên hình bên).

a) Tính thể tích khoảng không ở bên trong lều.

b) Số vải bạt cần phải có để dựng lều đó là bao nhiêu? (Không tính các mép và nếu có gấp của lều).



Giải

a) Vì lều là một lăng trụ đứng tam giác nên ta có:

$$S_{đáy} = \frac{1}{2}AH.BC = \frac{1}{2}.1,2.3,2 = 1,92\ (m^2)$$

$CC' = 5m$

Vậy thể tích khoảng không bên trong là:

$$V = S.h = 1,92.5 = 9,6\ (m^3)$$

b) Số vải bạt cần phải có để dựng lều là tổng diện tích bốn mặt ABB'A'; ACC'A'; ABC; A'B'C'.

Ta có $S_{ABC} = S_{A'B'C'} = 1,92\ (m^2)$

$S_{ABB'A'} = S_{ACC'A'} = 5 \times 2 = 10\ (cm^2)$

Vậy diện tích vải bạt cần có là:

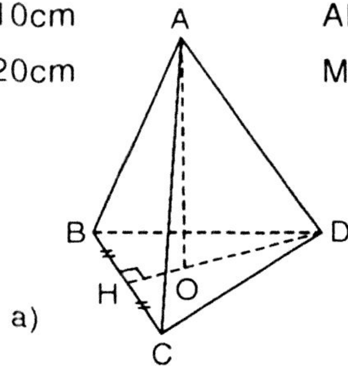
$$S = 2(S_{ABC} + S_{ABB'A'}) = 2(1,92 + 10) = 23,84\ (m^2)$$

57. Tính thể tích của hình chóp đều, hình chóp cụt đều sau đây (hình a và hình b), ($\sqrt{3} \approx 1,73$).

* Hướng dẫn: Hình chóp L.EFGH cũng là hình chóp đều.

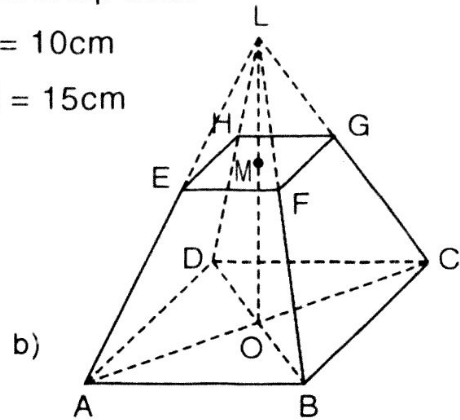
BC = 10cm

AO = 20cm



AB = 20cm; EF = 10cm

MO = 15cm; LM = 15cm



Giải

a) Thể tích hình chóp đều ABCD (hình a)

Vì ΔBCD là tam giác đều:

– Ta có: $S_{BCD} = \dfrac{BC^2\sqrt{3}}{4} = \dfrac{100\sqrt{3}}{4} = 25\sqrt{3}$ (cm^3)

– Vậy $V = \dfrac{1}{3}.S.h = \dfrac{1}{3}.25\sqrt{3}.20 = \dfrac{25.1,73.20}{3} \approx 288,33$ (cm^3)

b) Thể tích hình chóp đều (hình b)

– Vì L.ABCD là hình chóp đều nên đáy ABCD là hình vuông

$S_{ABCD} = AB^2 = 20^2 = 400$ (cm^2)

Đường cao LO = LM + MO = 15 + 15 = 30 (cm)

Vậy $V_1 = \dfrac{1}{3}Sh = \dfrac{1}{3}.400.30 = 4000$ (cm^3)

– Vì L.EFGH là hình chóp đều nên đáy EFGH là hình vuông.

Ta có: $S_{EFGH} = EF^2 = 10^2 = 100$ (cm^2)

Đường cao LM = 15cm

Vậy: $V_2 = \dfrac{1}{3}S.h = \dfrac{1}{3}.100.15 = 500$ (cm^3)

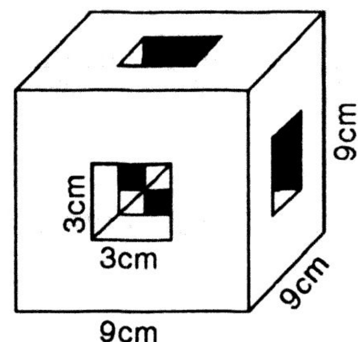
– Vậy thể tích của hình chóp cụt đều là:

$V = V_1 - V_2 = 4000 - 500 = 3500$ (cm^3)

58. Có một khối gỗ hình lập phương cạnh 9cm. Người ta đục ba "lỗ vuông" xuyên thủng khối gỗ như hình bên.

a) Tìm thể tích của khối gỗ còn lại.

b) Tìm tổng diện tích của tất cả các mặt (ngoài lẫn trong) của khối gỗ.



Giải

a) Ta nhận xét rằng khi đục ba "lỗ vuông" xuyên thủng khối gỗ như hình trên thì ba lỗ vuông này đã tính ba lần "phần chung" là một hình lập

phương có cạnh là 3cm. Ta có cách tính thể tích khối gỗ còn lại như sau:

– Thể tích cả khối gỗ còn nguyên là: $V_1 = 9.9.9 = 729$ (cm^3)

– Mỗi lỗ vuông có thể tích là: $3.3.9 = 81$ (cm^3)

Do đó thể tích ba "lỗ vuông" là: $V_2 = 81.3 = 243$ (cm^3)

– Ba lỗ vuông này có ba "phần chung" là hình lập phương có cạnh là 3cm.

Do đó: $V_3 = 3.3.3 = 27$ (cm^2)

– Vậy phải cộng vào thể tích hai hình lập phương cạnh là 3cm, để tính thể tích khối gỗ còn lại.

$$V = V_1 - V_2 + 2V_3 = 729 - 243 + 2.27 = 540 \text{ (cm}^3\text{)}$$

b) Tìm tổng diện tích của tất cả các mặt:

Diện tích khối gỗ khi chưa đục là: $9.9.6 = 486$ (cm^2)

Phần diện tích mặt ngoài sau khi đục là:

$$486 - (3.3).6 = 432 \text{ (cm}^2\text{)}$$

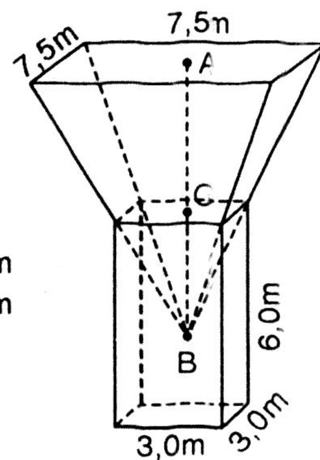
Phần trong gồm 6 hình lập phương cạnh bằng 3cm, trong đó có những mặt hình lập phương trùng nhau, như vậy mỗi hình chỉ còn tính 4 mặt, do đó diện tích phần mặt trong là:

$$(3.3).4 \times 6 = 216 \text{ (cm}^2\text{)}$$

Vậy tổng diện tích tất cả các mặt (trong lẫn ngoài) của khối gỗ là:

$$S = 432 + 216 = 648 \text{ (cm}^2\text{)}.$$

59. Tính thể tích của hình cho trong hình bên với các kích thước kèm theo.



Giải

Ta nhận xét rằng: Thể tích cần tính bao nhiêu gồm một hình hộp chữ nhật và một hình chóp cụt. Ta có:

– Thể tích hình hộp:

$$V_1 = 3.3.6 = 54 \text{ (m}^3\text{)}$$

– Thể tích hình chóp có đường cao BA = BO + OA = 3+ 4,5 = 7,5m là:

$$V_2 = \frac{1}{3}.(7,5.7,5).7,5 = 140,625 \text{ (m}^3\text{)}$$

– Thể tích hình chóp có đường cao BO = 3m là:

$$V_3 = \frac{1}{3}(3.3).3 = 9 \text{ (m}^3\text{)}$$

Vậy thể tích cần tìm là:

$$V = V_1 + V_2 - V_3 = 54 + 140,625 - 9 = 185,625 \text{ (m}^3\text{)}$$

CÂU HỎI TRẮC NGHIỆM CHƯƠNG IV

1. *Chọn câu trả lời đúng.* Cho hình hộp chữ nhật ABCD.MNPQ thì có bao nhiêu cặp mặt phẳng song song với nhau ?

(A) 1 (B) 2 (C) 3 (D) 4.

2. *Chọn câu trả lời sai.* Cho hình hộp chữ nhật ABCD.MNPQ. Ta có :

(A) AD ⊥ DC (B) AD ⊥ CP (C) AD ⊥ PQ (D) AD ⊥ MQ.

3. *Tìm câu trả lời đúng.* Cho hình hộp chữ nhật ABCD.A'B'C'D', ta có :

(A) AD // mp (AA'B'B) (B) AD // mp (DCC'D')

(C) AD // mp (A'B'C'D') (D) AD // mp (ABCD).

4. *Chọn câu trả lời đúng.* Cho hình hộp chữ nhật ABCD.A'B'C'D'. Nếu O là trung điểm của đoạn AD' thì O cũng là điểm thuộc đoạn :

(A) AC (B) D'C' (C) CB' (D) DA'.

5. *Chọn câu trả lời đúng.* Cho hình hộp chữ nhật $ABCD.A_1B_1C_1D_1$. Tứ giác ACC_1A_1 là hình :

(A) Hình chữ nhật (B) Hình bình hành

(C) Hình thang vuông (D) Hình thoi.

6. *Chọn câu trả lời đúng.* Cho hình hộp chữ nhật ABCD.A'B'C'D' có chiều dài AB = 90 cm, chiều cao AA' = 70 cm và diện tích xung quanh bằng 210 dm^2. Độ dài chiều rộng AD của hình hộp chữ nhật là :

(A) 75 cm (B) 80 cm

(C) 60 cm (D) 50 cm.

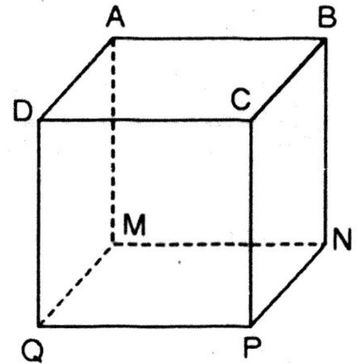
7. *Tìm câu trả lời sai.* Cho hình hộp chữ nhật ABCD.MNPQ. Ta có :

(A) AD ⊥ mp (DCPQ)

(B) AD ⊥ mp (ABNM)

(C) DC ⊥ mp (ADQM)

(D) DC ⊥ mp (ABNM)



8. *Chọn câu trả lời đúng.* Cho hình hộp chữ nhật có độ dài các kích thước theo thứ tự chiều dài, chiều rộng và chiều cao là 10, 6 và 7 cm. Thể tích của hình hộp chữ nhật là :

(A) 420 cm^3 (B) 224 cm^3 (C) 840 cm^3 (D) 204 cm^3.

9. *Chọn câu trả lời đúng.* Diện tích toàn phần của một hình lập phương là 726 cm^2. Thể tích của hình lập phương này bằng :

(A) 1133 cm^3 (B) 1452 cm^3 (C) 1245 cm^3 (D) 1331 cm^3.

10. *Chọn câu trả lời đúng.* Cho một lăng trụ đứng có đáy là lục giác thì lăng trụ đó có

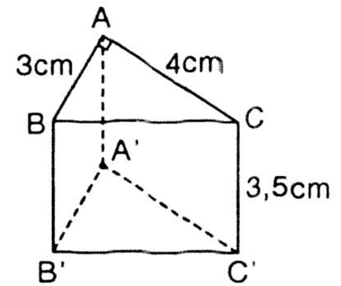
(A) 6 mặt bên, 6 đỉnh, 6 cạnh bên

(B) 6 mặt bên, 12 đỉnh, 12 cạnh bên

(C) 6 mặt bên, 12 đỉnh, 6 cạnh bên

(D) 8 mặt bên, 12 đỉnh, 8 cạnh bên.

11. *Chọn câu trả lời đúng.* Cho một lăng trụ đứng ABC.A'B'C' đáy là tam giác vuông. Kích thước các cạnh như hình bên. Diện tích toàn phần của lăng trụ đứng bằng :



(A) 54 cm^2 (B) 42 cm^2

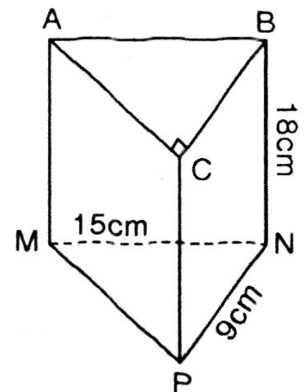
(C) 45 cm^2 (D) 52 cm^2.

12. *Chọn câu trả lời đúng.* Gọi C là chu vi đáy, B là diện tích đáy và h là chiều cao, ta có thể tích hình lăng trụ đứng là :

(A) $V = (C + B) \times h$ (B) $V = C \times h$

(C) $V = B \times h$ (D) $V = C \times B$.

13. *Chọn câu trả lời đúng.* Quan sát hình bên, ABC.MNP là hình lăng trụ đứng có kích thước như trên hình. Thể tích của lăng trụ đứng này là :



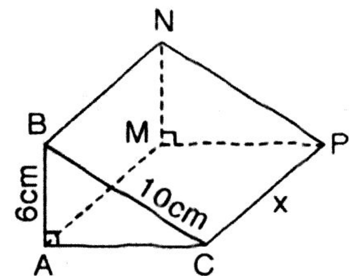
(A) 972 cm^3

(B) 1215 cm^3

(C) 297 cm^3

(D) 405 cm^3.

14. *Chọn câu trả lời đúng.* Quan sát hình bên, ABC.MNP là hình lăng trụ đứng có thể tích bằng 204 cm^3 và có các kích thước có trên hình. Tính x ?



(A) x = 12,75 cm (B) x = 9,5 cm

(C) x = 9 cm (D) x = 8,5 cm.

15. *Chọn câu trả lời đúng.* Hình chóp tứ giác có số các mặt bên, số cạnh đáy, số các mặt lần lượt là :

(A) 4, 4 và 4 (B) 4, 4 và 5 (C) 3, 4 và 5 (D) 4, 3 và 5.

16. *Tìm câu trả lời sai.* Hình chóp tam giác đều có chân đường cao trùng với :

(A) Giao điểm hai đường trung tuyến của tam giác ở đáy.

(B) Giao điểm hai đường cao của tam giác ở đáy.

(C) Giao điểm hai đường phân giác ngoài của tam giác ở đáy.

(D) Giao điểm hai đường trung trực của tam giác ở đáy.

17. *Chọn câu trả lời đúng.* Chu vi đáy chóp đều là 2p, trung đoạn hình chóp đều là d. Diện tích xung quanh của hình chóp đều là :

(A) $S_{xq} = 2p.d$ (B) $S_{xq} = 2p.d^2$ (C) $S_{xq} = p.d$ D) $S_{xq} = p.d^2$.

18. *Chọn câu trả lời đúng.* Một hình chóp tứ giác đều có độ dài cạnh bên bằng 15 cm. Đáy là hình vuông ABCD cạnh bằng 18 cm. Diện tích xung quanh của hình chóp là :

(A) $S_{xq} = 864\ cm^2$ (B) $684\ cm^2$ (C) $S_{xq} = 432\ cm^2$ (D) $342\ cm^2$.

19. *Chọn câu trả lời đúng.* Một hình chóp tứ giác đều có cạnh đáy 16 cm, cạnh bên 17 cm. Diện tích toàn phần của hình chóp là :

(A) $736\ cm^2$ (B) $544\ cm^2$ (C) $272\ cm^2$ (D) $1088\ cm^2$.

20. *Chọn câu trả lời đúng.* Hình chóp có diện tích đáy là S, chiều cao là h, thể tích của hình chóp là :

(A) $V = S.h$ (B) $V = \frac{1}{2}S.h$ (C) $V = \frac{1}{3}S.h$ (D) $V = \frac{1}{4}S.h$.

21. *Chọn câu trả lời đúng.* Cho hình chóp tứ giác đều S_{ABCD}. ABCD là hình vuông cạnh bằng 18 cm, cạnh bên hình chóp bằng 24 cm. Thể tích hình chóp là :

(A) $324\sqrt{46}\ cm^3$ (B) $324\ cm^3$ (C) $234\sqrt{46}\ cm^3$ (D) $234\ cm^3$.

22. *Chọn câu trả lời đúng.* Một hình chóp tứ giác đều có thể tích bằng 96 dm^3, chiều cao của hình chóp bằng 8 dm. Độ dài cạnh đáy bằng :

(A) 8 dm (B) 7 dm (C) 6 dm (D) 5 dm.

23. *Chọn câu trả lời đúng.* Cho hình chóp cụt tứ giác đều ABCD.A'B'C'D' có các cạnh đáy là a và 3a, đường cao của mặt bên bằng a. Diện tích xung quanh của hình chóp cụt

(A) $3a^2$ (B) $4a^2$ (C) $8a^2$ (D) $10a^2$.

24. *Chọn câu trả lời đúng.* Cho hình chóp lục giác đều S_{ABCDEF}. Bán kính đường tròn ngoại tiếp đáy bằng 10 cm, chiều cao hình chóp bằng 25 cm. Thể tích của hình chóp là :

(A) $2500\ cm^3$ (B) $1080\ cm^3$ (C) $2083\ cm^3$ (D) $1250\sqrt{3}\ cm^3$.

ĐÁP ÁN CÂU HỎI TRẮC NGHIỆM CHƯƠNG IV

1. Ta có : – mp (ABCD) // mp (MNPQ)

– mp (ADQM) // mp (BCPN)

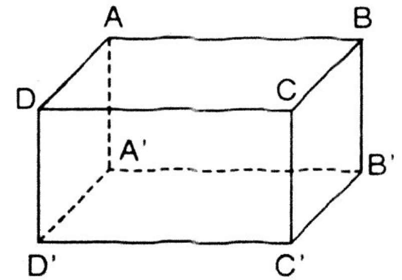
– mp (ABNM) // mp (DCPQ). *Chọn câu C.*

2. Ta có : $AD \perp DC$, $DC // PQ \Rightarrow AD \perp PQ$

$AD // BC$, $BC \perp CP \Rightarrow AD \perp CP$

$AD // MQ$. *Chọn câu D.*

3. *Chọn câu C.*



4. Từ hình bên, ta có ADD'A' là hình chữ nhật nên trung điểm O của đường chéo AD' đồng thời là trung điểm của đường chéo DA', tức là O ∈ DA'.

Chọn câu D.

5. Ta có : $AA_1 // = BB_1$ (ABB_1A_1 là hình chữ nhật)

$BB_1 // = CC_1$ (BCC_1B_1 là hình chữ nhật)

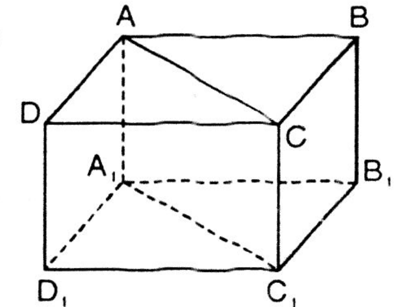
⇒ $AA_1 // = CC_1$

⇒ ACC_1A_1 là hình bình hành

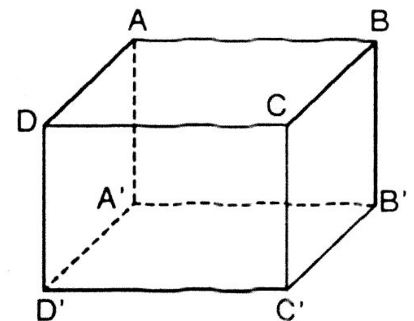
$AA_1 \perp$ mp (ABCD)

⇒ $AA_1 \perp AC$

⇒ ACC_1A_1 là hình chữ nhật.



Chọn câu A.



6. Ta có : $S_{xq} = 210 \text{ dm}^2 = 21000 \text{ cm}^2$

⇔ $(AB + AD) \times 2 \times AA' = 21000$

⇔ $(90 + AD) \times 2 \times 70 = 21000$

⇒ $AD = 60$ cm.

Chọn câu C.

7. *Chọn câu D.*

8. Thể tích hình hộp chữ nhật : $V = B.h$ (B : diện tích đáy ; h : chiều cao)

⇒ $V = 10.6.7 = 420 \text{ cm}^3$. *Chọn câu A.*

9. Hình lập phương có 6 mặt là các hình vuông bằng nhau.

Diện tích một mặt hình vuông là : $726 : 6 = 121$ (cm^2)

Một cạnh hình lập phương dài : $a = \sqrt{121} = 11$ (cm)

Thể tích hình lập phương là : $V = 11 \times 11 \times 11 = 1331$ (cm^3)

Chọn câu D.

10. *Chọn câu C.*

11. Cạnh huyền của tam giác đáy dài là :

$$a = \sqrt{3^2 + 4^2} = \sqrt{25} = 5 \text{ (cm)}$$

Diện tích xung quanh :

$$S_{xq} = (3 + 4 + 5) \times 3{,}5 = 42 \text{ (cm}^2\text{)}$$

Diện tích toàn phần :

$$S_{tp} = S_{xq} + 2 \times \frac{1}{2}.3.4 = 42 + 12 = 54 \text{ (cm}^2\text{)}.$$ *Chọn câu A.*

12. *Chọn câu C.*

13. Áp dụng định lí Py-ta-go vào ΔMNP vuông tại P.

$$MP = \sqrt{MN^2 - PN^2} = \sqrt{15^2 - 9^2} = \sqrt{144} = 12 \text{ (cm)}$$

Diện tích đáy :

$$S_{MNP} = \frac{1}{2}.MP.PN = \frac{1}{2}.12.9 = 54 \text{ (cm}^2\text{)}$$

Thể tích lăng trụ đứng :

$$V = S_{MNP}.h = 54.18 = 972 \text{ (cm}^3\text{)}$$

Chọn câu A.

14. Áp dụng định lí Py-ta-go vào tam giác ABC vuông tại A.

$$AC = \sqrt{BC^2 - AB^2} = \sqrt{10^2 - 6^2} = \sqrt{64} = 8 \text{ (cm)}$$

Diện tích đáy : $S_{ABC} = \frac{1}{2}.6.8 = 24 \text{ (cm}^2\text{)}$

Độ dài x : $V = S_{ABC}.x \Rightarrow x = \frac{V}{S_{ABC}} = \frac{204}{24} = 8{,}5 \text{ (cm)}.$

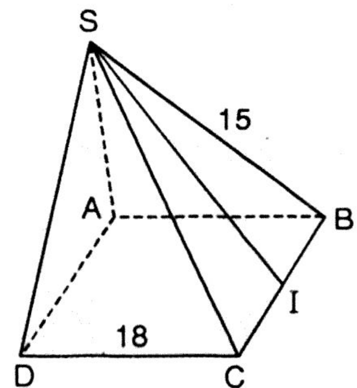
Chọn câu D.

15. *Chọn câu B.*

16. *Chọn câu C.*

17. *Chọn câu C.*

18. Gọi SI là một trung đoạn của hình chóp đều.



Ta có : $SI^2 = SB^2 - BI^2 = 15^2 - \left(\frac{18}{2}\right)^2 = 144$

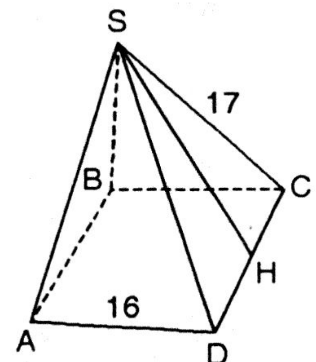
$\Rightarrow$ $SI = 12$ cm.

Diện tích xung quanh của hình chóp đều :

$$S_{xq} = 2.18.12 = 432 \text{ cm}^2.$$

Chọn câu C.

19. Gọi SH là trung đoạn của hình chóp.



Ta có : $SH^2 = SC^2 - HC^2 = 17^2 - 8^2 = 225.$

$\Rightarrow$ $SH = 15$ cm.

Diện tích xung quanh :

$$S_{xq} = 2 \times 16 \times 15 = 480 \text{ cm}^2$$

Diện tích toàn phần :

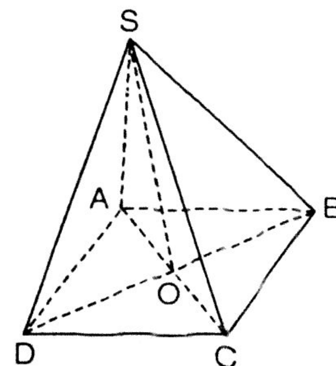
$$S_{tp} = S_{xq} + S_{đáy} = 480 + 16^2 = 736 \text{ cm}^2.$$

Chọn câu A.

20. *Chọn câu C.*

21. ABCD là hình vuông cạnh bằng 18 cm

$\Rightarrow$ $BD = 18\sqrt{2}$ cm $\Rightarrow$ $OD = 9\sqrt{2}$ (cm).



Theo định lí Py-ta-go trong ΔSOD vuông tại O.

$$SO = \sqrt{SD^2 - OD^2}\sqrt{24^2 - \left(9\sqrt{2}\right)^2}$$

$$= \sqrt{414} = 3\sqrt{46} \text{ (cm)}$$

$$V = \frac{1}{3}.S_{ABCD}.SO = \frac{1}{3}.18.18.3\sqrt{46} = 324\sqrt{46} \text{ (cm}^3)$$

Chọn câu A.

22. Gọi S là diện tích đáy của hình chóp đều :

$$V = \frac{1}{3}S.h \Rightarrow S = \frac{3V}{h} = \frac{3.96}{8} = 36 \text{ dm}^2$$

Vì hình chóp tứ giác đều $\Rightarrow$ đáy là một hình vuông.

$\Rightarrow$ cạnh của hình vuông = $\sqrt{S} = \sqrt{36} = 6$ dm.

Chọn câu C.

23. Các đáy ABCD và A'B'C'D' là các hình vuông cạnh a và 3a, chu vi $p = 4a$; $p' = 12a$

$$S_{xq} = \frac{1}{2}(p + p').d = \frac{1}{2}(4a + 12a)a = 8a^2.$$ *Chọn câu C.*

24. Gọi O là tâm của lục giác ABCDEF.

Ta có : SO = 25 cm, AF = 10 cm.

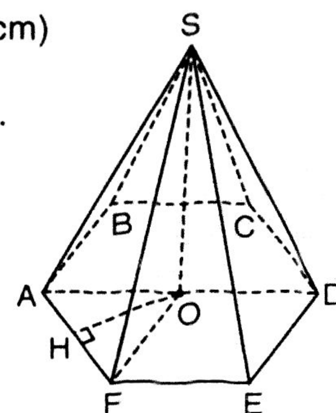
Gọi H là chân đường cao kẻ từ O đến AF.

Theo định lí Py-ta-go

$$\Rightarrow \quad OH = \sqrt{OF^2 - HF^2} = \sqrt{10^2 - 5^2} = \sqrt{75} = 5\sqrt{3} \text{ (cm)}$$

$$\Rightarrow \quad S_{OAF} = \frac{1}{2}.OH.AF = \frac{1}{2}.5\sqrt{3}.10 = 25\sqrt{3} \text{ (cm}^2).$$

Theo các tính chất của lục giác đều, các tam giác AOF, BOA, COB, DOC, EOD, FOE là các tam giác đều và bằng nhau.



$$\Rightarrow \quad S_{đáy} = 6 \times S_{OAF} = 6.25\sqrt{3} = 150\sqrt{3} \text{ (cm}^2)$$

Thể tích của hình chóp là :

$$V = \frac{1}{3}S_{đáy} \times SO = \frac{1}{3}.150\sqrt{3}.25 = 1250\sqrt{3} \text{ (cm}^3).$$ *Chọn câu D.*

BÀI ÔN TẬP CUỐI NĂM

A. Phần đại số

1. Phân tích các đa thức sau thành nhân tử:

a) $a^2 - b^2 - 4a + 4$; b) $x^2 + 2x - 3$;

c) $4x^2y^2 - (x^2 + y^2)^2$; d) $2a^3 - 54b^3$.

Giải

a) $a^2 - b^2 - 4a + 4 = (a^2 - 4a + 4) - b^2$

$= (a - 2)^2 - b^2 = (a - 2 + b)(a - 2 - b)$

b) $x^2 + 2x - 3 = (x^2 + 2x + 1) - 4$

$= (x + 1)^2 - 2^2 = (x + 1 + 2)(x + 1 - 2) = (x + 3)(x - 1)$

c) $4x^2y^2 - (x^2 + y^2)^2 = (2xy)^2 - (x^2 + y^2)^2$

$= (2xy + x^2 + y^2)(2xy - x^2 - y^2)$

$= (x^2 + 2xy + y^2)[-(x^2 - 2xy + y^2)] = -(x + y)^2(x - y)^2$

d) $2a^3 - 54b^3 = 2(a^3 - 27b^3) = 2[(a)^3 - (3b)^3] = 2(a - 3b)(a^2 + 3ab + 9b^2)$

2. a) Thực hiện phép chia: $(2x^4 - 4x^3 + 5x^2 + 2x - 3) : (2x^2 - 1)$

b) Chứng tỏ rằng thương tìm được trong phép chia trên luôn luôn dương với mọi giá trị của x.

Giải

a) $(2x^4 - 4x^3 + 5x^2 + 2x - 3) : (2x^2 - 1) = x^2 - 2x + 3$

b) Ta có: $x^2 - 2x + 3 = (x^2 - 2x + 1) + 2 = (x - 1)^2 + 2 > 0$ với mọi x.

3. Chứng minh rằng hiệu các bình phương của hai số lẻ bất kì thì chia hết cho 8.

Giải

Gọi hai số lẻ bất kì là $2a + 1$ và $2b + 1$ với $a, b \in Z$, theo đề bài ta có:

$(2a + 1)^2 - (2b + 1)^2 = 4a^2 + 4a + 1 - (4b^2 + 4b + 1) = 4a(a + 1) - 4b(b + 1)$

Ta biết rằng a, a + 1 và b, b + 1 là hai số nguyên liên tiếp nên chia hết cho hai. Do đó $4a(a + 1)$ và $4b(b + 1)$ đều chia hết cho 8.

Vậy $4a(a + 1)$ và $4b(b + 1)$ chia hết cho 8.

Hay hiệu bình phương hai số lẻ bất kì thì chia hết cho 8 (đpcm).

4. Rút gọn rồi tính giá trị của biểu thức sau tại $x = -\frac{1}{3}$:

$$\left[\frac{x+3}{(x-3)^2} + \frac{6}{x^2-9} - \frac{x-3}{(x+3)^2}\right] \cdot \left[1 : \left(\frac{24x^2}{x^4-81} - \frac{12}{x^2+9}\right)\right]$$

Giải

Đặt $A = \left[\dfrac{x+3}{(x-3)^2} + \dfrac{6}{x^2-9} - \dfrac{x-3}{(x+3)^2}\right].\left[1:\left(\dfrac{24x^2}{x^4-81} - \dfrac{12}{x^2+9}\right)\right]$

$$= \left[\frac{(x+3)^3 + 6(x+3)(x-3) - (x-3)^3}{(x+3)^2(x-3)^2}\right].\left[1:\left(\frac{24x^2 - 12(x^2-9)}{x^4-81}\right)\right]$$

$$= \left[\frac{24x^2}{(x+3)^2(x-3)^2}\right].\left[1:\frac{12x^2+108}{(x^2+9)(x^2-9)}\right]$$

$$= \frac{24x^2}{(x+3)^2(x-3)^2}.\frac{(x^2+9)(x^2-9)}{12(x^2+9)} = \frac{2x^2}{x^2-9}$$

Với $x = -\dfrac{1}{3}$, ta có: $A = \dfrac{2\left(\dfrac{-1}{3}\right)^2}{\left(-\dfrac{1}{3}\right)^2 - 9} = \dfrac{2.\dfrac{1}{9}}{\dfrac{1}{9} - 9} = -\dfrac{1}{40}$.

5. Chứng minh rằng: $\dfrac{a^2}{a+b} + \dfrac{b^2}{b+c} + \dfrac{c^2}{c+a} = \dfrac{b^2}{a+b} + \dfrac{c^2}{b+c} + \dfrac{a^2}{c+a}$.

Giải

Hướng dẫn: Ta chứng minh VT – VP = 0 ⇔ VT = VP

Ta lập hiệu: $\dfrac{a^2}{a+b} + \dfrac{b^2}{b+c} + \dfrac{c^2}{c+a} - \dfrac{b^2}{a+b} - \dfrac{c^2}{b+c} - \dfrac{a^2}{c+a} =$

$$= \frac{a^2}{a+b} - \frac{b^2}{a+b} + \frac{b^2}{b+c} - \frac{c^2}{b+c} + \frac{c^2}{c+a} - \frac{a^2}{c+a}$$

$$= \frac{(a+b)(a-b)}{a+b} + \frac{(b+c)(b-c)}{b+c} + \frac{(c+a)(c-a)}{c+a}$$

$$= a - b + b - c + c - a = 0$$

Vậy $\dfrac{a^2}{a+b} + \dfrac{b^2}{b+c} + \dfrac{c^2}{c+a} = \dfrac{b^2}{a+b} + \dfrac{c^2}{b+c} + \dfrac{a^2}{c+a}$ (đpcm)

6. Tìm các giá trị nguyên của x để phân thức M có giá trị là một số nguyên:

$$M = \frac{10x^2 - 7x - 5}{2x - 3}$$

Giải

Ta có: $M = \dfrac{10x^2 - 7x - 5}{2x - 3} = 5x + 4 + \dfrac{7}{2x - 3}$

Để M có giá trị là một số nguyên thì $\frac{7}{2x-3}$ phải là một số nguyên hay $7 \vdots (2x - 3)$.

Mà $7 \vdots (2x - 3)$ khi và chỉ khi $2x - 3 = \pm 1; \pm 7$.

Với $2x - 3 = 1 \Rightarrow 2x = 4 \Rightarrow x = 2$

Với $2x - 3 = -1 \Rightarrow 2x = 2 \Rightarrow x = 1$

Với $2x - 3 = 7 \Rightarrow 2x = 10 \Rightarrow x = 5$

Với $2x - 3 = -7 \Rightarrow 2x = -4 \Rightarrow x = -2$

Vậy $x \in \{-2; 1; 2; 5\}$.

7. Giải các phương trình: a) $\frac{4x+3}{5} - \frac{6x-2}{7} = \frac{5x+4}{3} + 3$;

b) $\frac{3(2x-1)}{4} - \frac{3x+1}{10} + 1 = \frac{2(3x+2)}{5}$;

c) $\frac{x+2}{3} + \frac{3(2x-1)}{4} - \frac{5x-3}{6} = x + \frac{5}{12}$.

Giải

a) $\frac{4x+3}{5} - \frac{6x-2}{7} = \frac{5x+4}{3} + 3$; MTC = 5.7.3

$\Leftrightarrow 3.7(4x + 3) - 3.5(6x - 2) = 5.7(5x + 4) + 3.5.7.3$

$\Leftrightarrow 84x + 63 - 90x + 30 = 175x + 140 + 315 \Leftrightarrow 181x = -362 \Leftrightarrow x = -2$

Vậy $S = \{-2\}$.

b) $\frac{3(2x-1)}{4} - \frac{3x+1}{10} + 1 = \frac{2(3x+2)}{5}$; MTC = 20

$\Leftrightarrow 15(2x - 1) - 2(3x + 1) + 20 = 8(3x + 2)$

$\Leftrightarrow 30x - 15 - 6x - 2 + 20 = 24x + 16 \Leftrightarrow 0x = 13$

Nhận xét: Không có giá trị nào của $x \in R$ để $0.x = 13$

Vậy phương trình đã cho vô nghiệm hay $S = \varnothing$.

c) $\frac{x+2}{3} + \frac{3(2x-1)}{4} - \frac{5x-3}{6} = x + \frac{5}{12}$; MTC = 12

$\Leftrightarrow 4(x + 2) + 9(2x - 1) - 2(5x - 3) = 12x + 5$

$\Leftrightarrow 4x + 8 + 18x - 9 - 10x + 6 = 12x + 5 \Leftrightarrow 0x = 0$

Nhận xét: Có vô số giá trị của $x \in R$ để $0x = 0$

Vậy phương trình đã cho có vô số nghiệm số hay $S = R$.

8. Giải các phương trình: a) $|2x-3| = 4$;

b) $|3x-1| - x = 2$.

Giải

a) $|2x-3| = 4 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} 2x-3=4 \\ 2x-3=-4 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} 2x=7 \\ 2x=-1 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=\dfrac{7}{2} \\ x=-\dfrac{1}{2} \end{array}\right.$. Vậy $S = \left\{-\dfrac{1}{2}; \dfrac{7}{2}\right\}$

b) $|3x-1| - x = 2$ (1)

* Khi $3x - 1 \geq 0 \Leftrightarrow x \geq \dfrac{1}{3}$

Khi đó (1) $\Leftrightarrow 3x - 1 - x = 2 \Leftrightarrow 2x = 3 \Leftrightarrow x = \dfrac{3}{2}$ (nhận)

* Khi $3x - 1 < 0 \Leftrightarrow x < \dfrac{1}{3}$

Khi đó (1) $\Leftrightarrow -(3x-1) - x = 2 \Leftrightarrow -3x + 1 - x = 2$

$\Leftrightarrow -4x = 1 \Leftrightarrow x = -\dfrac{1}{4}$ (nhận)

Vậy $S = \left\{-\dfrac{1}{4}; \dfrac{3}{2}\right\}$.

9. Giải phương trình: $\dfrac{x+2}{98} + \dfrac{x+4}{96} = \dfrac{x+6}{94} + \dfrac{x+8}{92}$.

Giải

Ta có: $\dfrac{x+2}{98} + \dfrac{x+4}{96} = \dfrac{x+6}{94} + \dfrac{x+8}{92}$

$\Leftrightarrow \left(\dfrac{x+2}{98}+1\right)+\left(\dfrac{x+4}{96}+1\right)=\left(\dfrac{x+6}{94}+1\right)+\left(\dfrac{x+8}{92}+1\right)$

$\Leftrightarrow \dfrac{x+100}{98} + \dfrac{x+100}{96} = \dfrac{x+100}{94} + \dfrac{x+100}{92}$

$\Leftrightarrow (x+100)\left(\dfrac{1}{98}+\dfrac{1}{96}-\dfrac{1}{94}-\dfrac{1}{92}\right) = 0$

$\Leftrightarrow x + 100 = 0$ (vì $\dfrac{1}{98}+\dfrac{1}{96}-\dfrac{1}{94}-\dfrac{1}{92} \neq 0$)

$\Leftrightarrow x = -100$

Vậy $S = \{-100\}$

10. Giải các phương trình:

a) $\dfrac{1}{x+1} - \dfrac{5}{x-2} = \dfrac{15}{(x+1)(2-x)}$;

b) $\dfrac{x-1}{x+2} - \dfrac{x}{x-2} = \dfrac{5x-2}{4-x^2}$.

Giải

a) $\frac{1}{x+1} - \frac{5}{x-2} = \frac{15}{(x+1)(2-x)}$ (1)

MTC = $(x + 1)(2 - x)$; Điều kiện: $x \neq -1$; $x \neq 2$.

Khi đó (1) $\Leftrightarrow (2 - x) + 5(x + 1) = 15$

$\Leftrightarrow 2 - x + 5x + 5 = 15 \Leftrightarrow 4x = 8 \Leftrightarrow x = 2$ (loại)

Vậy $S = \varnothing$.

b) $\frac{x-1}{x+2} - \frac{x}{x-2} = \frac{5x-2}{4-x^2}$ (2)

$\Leftrightarrow \frac{x-1}{x+2} + \frac{x}{2-x} = \frac{5x-2}{4-x^2}$

MTC = $4 - x^2 = (x + 2)(2 - x)$

Điều kiện: $(x + 2)(2 - x) \neq 0 \Leftrightarrow x \neq \pm 2$

Khi đó (2) $\Leftrightarrow (x - 1)(2 - x) + x(x + 2) = 5x - 2$

$\Leftrightarrow 2x - x^2 - 2 + x + x^2 + 2x = 5x - 2 \Leftrightarrow 0x = 0$.

Vậy phương trình có vô số nghiệm số trừ các giá trị $x = \pm 2$ hay $S = R \setminus \{\pm 2\}$.

11. Giải các phương trình: a) $3x^2 + 2x - 1 = 0$; b) $\frac{x-3}{x-2} + \frac{x-2}{x-4} = 3\frac{1}{5}$.

Giải

a) $3x^2 + 2x - 1 = 0 \Leftrightarrow 3x^2 + 3x - x - 1 = 0$

$\Leftrightarrow (3x^2 + 3x) - (x + 1) = 0 \Leftrightarrow 3x(x + 1) - (x + 1) = 0$

$\Leftrightarrow (x + 1)(3x - 1) = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x + 1 = 0 \\ 3x - 1 = 0 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = -1 \\ x = \frac{1}{3} \end{array}\right.$

Vậy $S = \{-1; \frac{1}{3}\}$

b) $\frac{x-3}{x-2} + \frac{x-2}{x-4} = 3\frac{1}{5}$ (1)

Điều kiện: $\begin{cases} x - 2 \neq 0 \\ x - 4 \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow x \neq 2; 4$.

MTC = $5(x - 2)(x - 4)$

$\Leftrightarrow 16(x - 2)(x - 4) - 5(x - 3)(x - 4) - 5(x - 2)^2 = 0$

$\Leftrightarrow (x - 4)[16(x - 2) - 5(x - 3)] - 5(x^2 - 4x + 4) = 0$

$\Leftrightarrow 6x^2 - 41x + 48 = 0 \Leftrightarrow 6x^2 - 9x - 32x + 48 = 0$

$\Leftrightarrow 3x(2x - 3) - 16(2x - 3) = 0 \Leftrightarrow (2x - 3)(3x - 16) = 0$

$$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} 2x - 3 = 0 \\ 3x - 16 = 0 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = \frac{3}{2} \text{ (nhận)} \\ x = \frac{16}{3} \text{ (nhận)} \end{array}\right.$$

Vậy $S = \left\{\frac{3}{2}; \frac{16}{3}\right\}$.

12. Một người đi xe máy từ A đến B với vận tốc 25km/h. Lúc về người đó đi với vận tốc 30km/h nên thời gian về ít hơn thời gian đi là 20 phút. Tính quãng đường AB.

Giải

Gọi x (km) là độ dài quãng đường AB, điều kiện $x > 0$.

Khi đó thời gian người đi xe máy từ A đến B mất $\frac{x}{30}$ (g)

Ta có 20 phút = $\frac{1}{3}$ giờ.

Theo đề bài ta có phương trình: $\frac{x}{25} - \frac{x}{30} = \frac{1}{3}$

Giải phương trình ta được $x = 50$ (nhận)

Vậy quãng đường AB dài 50km.

13. Một xí nghiệp dự định sản xuất 1500 sản phẩm trong 30 ngày. Nhưng nhờ tổ chức lao động hợp lí nên thực tế đã sản xuất mỗi ngày vượt 15 sản phẩm. Do đó xí nghiệp đã sản xuất không những vượt mức dự định 255 sản phẩm mà còn hoàn thành trước thời hạn. Hỏi thực tế xí nghiệp đã rút ngắn được bao nhiêu ngày?

Giải

Gọi x (ngày) là số ngày xí nghiệp đã rút ngắn được. Điều kiện: $0 < x < 30$.

Khi đó số ngày thực tế sản xuất là $(30 - x)$ ngày và số sản phẩm làm được: $1500 + 255 = 1755$ (sp).

Năng suất thực tế đạt được trong 1 ngày là: $\frac{1755}{30 - x}$ (sp) và năng suất dự định đạt được trong 1 ngày là $\frac{1500}{30}$ (sản phẩm).

Theo đề bài ta có phương trình: $\frac{1755}{30 - x} - \frac{1500}{30} = 15$

Giải phương trình ta được $x = 3$ (nhận)

Vậy xí nghiệp đã rút ngắn được 3 ngày.

14. Cho biểu thức: $A = \left(\frac{x}{x^2-4} + \frac{2}{2-x} + \frac{1}{x+2}\right) : \left((x-2) + \frac{10-x^2}{x+2}\right)$

a) Rút gọn biểu thức A;

b) Tính giá trị của A tại x, biết $|x| = \frac{1}{2}$;

c) Tìm giá trị của x để A < 0.

Giải

a) $$A = \left(\frac{x}{x^2-4} + \frac{2}{2-x} + \frac{1}{x+2}\right) : \left((x-2) + \frac{10-x^2}{x+2}\right)$$

$$= \left(\frac{x - 2(x+2) + x - 2}{x^2-4}\right) : \left(\frac{(x-2)(x+2) + 10 - x^2}{x+2}\right)$$

$$= \left(\frac{x - 2x - 4 + x - 2}{x^2-4}\right) : \left(\frac{x^2 - 4 + 10 - x^2}{x+2}\right) = \frac{-6}{(x+2)(x-2)}.\frac{x+2}{6}$$

Vậy $A = \frac{-1}{x-2} = \frac{1}{2-x}$ (đk: $x \neq -2$)

b) Với $|x| = \frac{1}{2}$ hay $x = \pm\frac{1}{2}$

– Khi $x = \frac{1}{2}$ thì: $A = \frac{1}{2-\frac{1}{2}} = \frac{1}{\frac{3}{2}} = \frac{2}{3}$

– Khi $x = -\frac{1}{2}$ thì: $A = \frac{1}{2-\left(-\frac{1}{2}\right)} = \frac{1}{2+\frac{1}{2}} = \frac{1}{\frac{5}{2}} = \frac{2}{5}$

c) Khi $A < 0 \Leftrightarrow \frac{1}{2-x} < 0$. Vì phân thức $\frac{1}{2-x}$ có tử thức là $1 > 0$ nên phân thức $\frac{1}{2-x} < 0$ khi và chỉ khi: $2 - x < 0 \Leftrightarrow x > 2$.

Vậy khi $x > 2$ thì biểu thức $A < 0$.

15. Giải bất phương trình: $\frac{x-1}{x-3} > 1$.

Giải

Ta có: $\frac{x-1}{x-3} > 1 \Leftrightarrow \frac{x-1}{x-3} - 1 > 0 \Leftrightarrow \frac{x-1-(x-3)}{x-3} > 0 \Leftrightarrow \frac{2}{x-3} > 0$

$\Leftrightarrow x - 3 > 0 \Leftrightarrow x > 3$. Vậy $S = \{x \in R \,/\, x > 3\}$.

B. Phần hình học

1. Dựng hình thang ABCD (AB // CD), biết ba cạnh: AD = 2cm, CD = 4cm, BC = 3cm và đường chéo AC = 5cm.

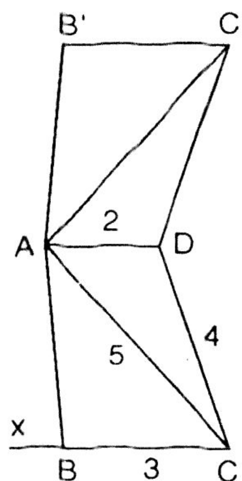
Giải

* Cách dựng: Trước hết ta dựng ΔADC biết độ dài ba cạnh: AD = 2cm, CD = 4cm và BC = 3cm.

Qua C vẽ Cx // AD. Trên Cx lấy đoạn CB = 3cm. Nối A với B ta được hình thang ABCD là hình phải dựng.

* Chứng minh: Tam giác ADC được dựng thỏa mãn đề bài.

Vì BC // AD nên tứ giác ABCD là hình thang cần dựng. Vì ta dựng được hai tam giác ADC và ADC' thỏa mãn đề bài.



Do đó ta dựng được hai hình thang thỏa mãn đề bài.

Vậy bài toán có hai nghiệm hình.

2. Cho hình thang ABCD (AB // CD) có hai đường chéo cắt nhau ở O và tam giác ABO là tam giác đều. Gọi E, F, G theo thứ tự là trung điểm của các đoạn thẳng OA, OD và BC. Chứng minh rằng tam giác EFG là tam giác đều.

Giải

Vì ABCD là hình thang và ΔABO là tam giác đều nên suy ra ΔCDO cũng là tam giác đều vì:

$\widehat{O_1} = \widehat{O_2} = 60^0$ (đối đỉnh)

$\widehat{A} = \widehat{C} = 60^0$ (so le trong)

$\widehat{B} = \widehat{D} = 60^0$ (so le trong)

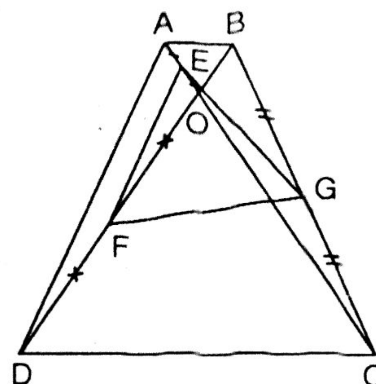
Suy ra OC = OD

– Xét hai tam giác AOD và BOC ta có:

OB = OA (gt)

$\widehat{BOC} = \widehat{AOD}$ (đối đỉnh)

OC = OD (ΔCDO là tam giác đều).



Vậy ΔAOD = ΔBOC (c.g.c) ⇒ AD = BC

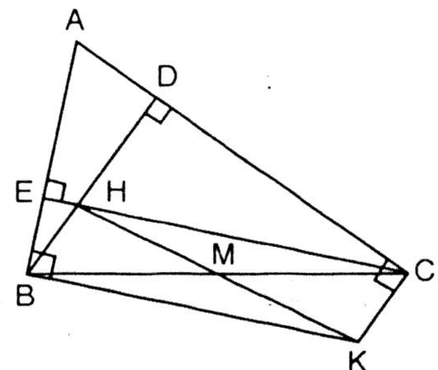
Ta có EF là đường trung bình của ΔAOD nên: $EF = \frac{1}{2}AD = \frac{1}{2}BC$ (1)

- Ta có CF là đường trung tuyến của tam giác đều CDO nên CF $\perp$ DO hay $\widehat{CFB} = 90^0$. Trong tam giác vuông CFB có FG là đường trung tuyến ứng với cạnh huyền BC nên FG = $\frac{1}{2}$BC (2)
- Ta có BE là đường trung tuyến của tam giác đều ABO nên BE $\perp$ AO hay $\widehat{BEC} = 90^0$. Trong tam giác vuông BEC có EG là đường trung tuyến nên EG = $\frac{1}{2}$BC (3)

Từ (1) (2) (3) suy ra EF = FG = EG. Vậy ΔEFG là tam giác đều (đpcm).

3. Tam giác ABC có đường cao BD, CE cắt nhau tại H. Đường vuông góc với AB tại B và đường vuông góc với AC tại C cắt nhau ở K. Tam giác ABC phải có điều kiện gì thì tứ giác BHCK là:

a) Hình thoi? b) Hình chữ nhật?



Giải

Ta có: $\left.\begin{array}{l} CE \perp AB \\ KB \perp AB \end{array}\right\} \Rightarrow CE \,//\, BK \ (1)$

và $\left.\begin{array}{l} KC \perp AC \\ BD \perp AC \end{array}\right\} \Rightarrow KC \,//\, BD \ (2)$

Từ (1) và (2) suy ra tứ giác BHKC là hình bình hành.

Gọi M là giao điểm của hai đường chéo BC và HK. Khi đó M là trung điểm của BC.

a) Hình bình hành BHCK trở thành hình thoi khi và chỉ khi BC $\perp$ HK hay HM $\perp$ BC.

Vì AH $\perp$ BC (đường cao thứ ba của ΔABC)

và HM $\perp$ BC. Suy ra ba điểm A, H, M thẳng hàng.

Mà ba điểm A, H, M thẳng hàng khi và chỉ khi đường cao AH trùng với đường trung tuyến AM, tức là tam giác ABC cân tại A.

b) Hình bình hành BHCK trở thành hình chữ nhật khi và chỉ khi BH $\perp$ HC.

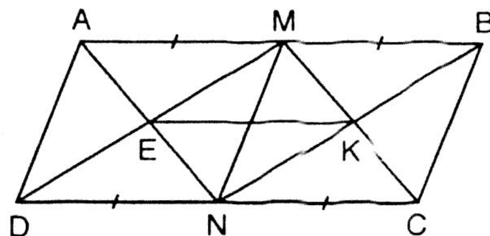
Ta lại có: $\left.\begin{array}{l} BE \perp HC \\ CD \perp BH \end{array}\right\} \Rightarrow BH \perp HC$

Khi đó ba điểm H, D, E trùng nhau. Mà ba điểm H, D, E trùng nhau khi và chỉ khi H, D, E trùng với A. Vậy tam giác ABC là tam giác vuông ở A.

4. Cho hình bình hành ABCD. Các điểm M, N theo thứ tự là trung điểm của AB, CD. Gọi E là giao điểm của AN và DM, K là giao điểm của BN và CM. Hình bình hành ABCD phải có điều kiện gì để tứ giác MENK là:

a) Hình thoi? b) Hình chữ nhật? c) Hình vuông?

Giải



Xét tứ giác MBND ta có:

MB // ND và MB = ND

Vậy tứ giác MBND là hình bình hành.

Suy ra MD // BN (1)

Tương tự AN // MC (2)

Từ (1) và (2) suy ra tứ giác MENK là hình bình hành.

a) Để hình bình hành MENK trở thành hình thoi MENK.

$\Leftrightarrow MN \perp EK \Leftrightarrow AB \perp AD$

Mà AB ⊥ AD thì hình bình hành ABCD trở thành hình chữ nhật ABCD.

b) Để hình bình hành MENK trở thành hình chữ nhật MENK.

$$\Leftrightarrow EM \perp EN \Leftrightarrow AD = \frac{1}{2}AB.$$

Vậy hình bình hành ABCD phải thỏa điều kiện $AD = \frac{1}{2}AB$.

c) Để hình bình hành MENK trở thành hình vuông MENK

$\Leftrightarrow MN = EK$ và $EM = EN$

$\Leftrightarrow$ ABCD là hình chữ nhật và $AD = \frac{1}{2}AB$.

5. Trong tam giác ABC, các đường trung tuyến AA′ và BB′ cắt nhau ở G. Tính diện tích tam giác ABC biết rằng diện tích tam giác ABG = S.

Giải

Vẽ CH ⊥ AB và GH′ ⊥ AB ⇒ CH // GH′

Vì CH // GH′ nên ΔMCH ∽ ΔMGH′

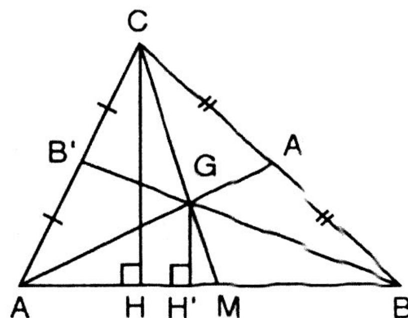
$$\Rightarrow \quad \frac{CH}{GH'} = \frac{MC}{MG} = \frac{3}{1} \Rightarrow CH = 3GH' \text{ hay } \frac{CH}{GH'} = 3$$

Ta có: $S_{CAB} = \frac{1}{2}CH.AB$ và $S_{ABG} = \frac{1}{2}GH'.AB$

$$\Rightarrow \quad \frac{S_{CAB}}{S_{ABG}} = \frac{\frac{1}{2}CH.AB}{\frac{1}{2}GH'.AB} = \frac{CH}{GH'} = 3$$

$$\Rightarrow \quad S_{ABC} = 3S_{ABG} = 3S$$

Vậy $S_{ABC} = 3S$.



6. Cho tam giác ABC và đường trung tuyến BM. Trên đoạn BM lấy điểm D sao cho $\frac{BD}{DM} = \frac{1}{2}$. Tia AD cắt BC ở K. Tìm tỉ số diện tích của tam giác ABK và tam giác ABC.

Giải

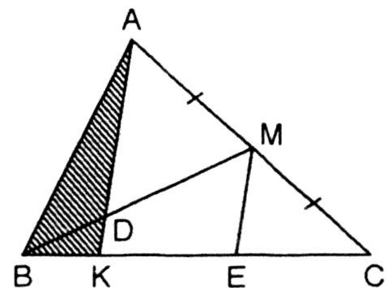
Ta kẻ ME // AK ($E \in BC$).

Áp dụng định lí Ta-lét trong tam giác BEM, ta có:

$$\frac{BK}{KE} = \frac{BD}{DM} = \frac{1}{2} \Rightarrow KE = 2\,BK$$

Ta có ME là đường trung bình của tam giác CAK nên EC = EK = 2BK.

Hơn nữa $BC = BK + KE + EC = 5BK \Leftrightarrow \frac{BK}{BC} = \frac{1}{5}$



Gọi h là chiều cao kẻ từ A xuống cạnh BC.

Ta có: $$\frac{S_{ABK}}{S_{ABC}} = \frac{\frac{1}{2}BK.h}{\frac{1}{2}BC.h} = \frac{BK}{BC} = \frac{1}{5}$$

Vậy $$\frac{S_{ABK}}{S_{ABC}} = \frac{1}{5}.$$

7. Cho tam giác ABC (AB < AC). Tia phân giác của góc A cắt BC ở K. Qua trung điểm M của BC kẻ một tia song song với KA cắt đường thẳng AB ở D, cắt AC ở E. Chứng minh BD = CE.

Giải

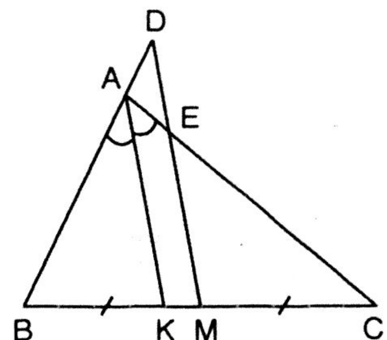
Vì AK là đường phân giác góc A của ΔABC, theo định lí về tia phân giác ta có: $$\frac{KB}{AB} = \frac{KC}{AC} \quad (1)$$

Vì MD // AK nên: $\Delta ABK \backsim \Delta DBM$ và $\Delta ECM \backsim \Delta ACK$.

Do đó: $$\frac{KB}{BM} = \frac{AB}{BD} \text{ và } \frac{CM}{CK} = \frac{CE}{AC}$$

hay $$\frac{KB}{AB} = \frac{BM}{BD} \text{ và } \frac{CM}{CE} = \frac{CK}{AC} \quad (2)$$

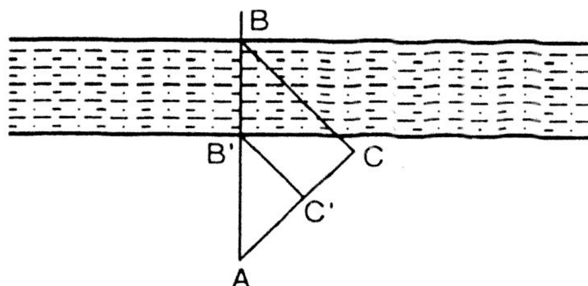
Từ (1) và (2) ta có: $$\frac{BM}{BD} = \frac{CM}{CE} \quad (3)$$



Vì M là trung điểm của BC nên BM = MC

Thay vào (3) ta có: $\frac{CM}{BD} = \frac{CM}{CE}$. Suy ra BD = CE (đpcm).

8. Trên hình bên cho thấy ta có thể xác định chiều rộng BB' của khúc sông bằng cách xét hai tam giác đồng dạng ABC và A'B'C'. Hãy tính BB' nếu AC = 100m, AC' = 32m, AB' = 34m.



Giải

Vì $\Delta ABC \backsim \Delta A'B'C'$, ta có: $\frac{AB}{AB'} = \frac{AC}{AC'} \Rightarrow \frac{AB' + B'B}{AB'} = \frac{AC}{AC'}$

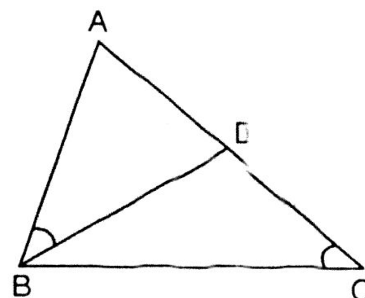
hay $\frac{34 + BB'}{34} = \frac{100}{32}$ hay $1 + \frac{BB'}{34} = \frac{100}{32}$

$\Rightarrow \frac{BB'}{34} = \frac{100}{32} - 1 = \frac{68}{32} \Rightarrow BB' = \frac{68.43}{32} = 72,25$ (m)

Vậy BB' = 72,25 (m)

9. Cho tam giác ABC có AB < AC, D là một điểm nằm giữa A và C. Chứng minh rằng: $\widehat{ABD} = \widehat{ACB} \Leftrightarrow AB^2 = AC.AD$.

Giải



a) Chứng minh $\widehat{ABD} = \widehat{ACB} \Rightarrow AB^2 = AC.AD$.

Xét hai tam giác ΔABD và ΔACB, ta có:

$\widehat{A}$: chung

$\widehat{ABD} = \widehat{ACB}$ (gt)

Vậy $\Delta ABD \backsim \Delta ACB$ (g.g)

$\Rightarrow \frac{AB}{AC} = \frac{AD}{AB} \Rightarrow AB^2 = AC.AD$ (1)

b) Chứng minh $AB^2 = AC.AD \Rightarrow \widehat{ABD} = \widehat{ACB}$

Ta có: $AB^2 = AC.AD \Rightarrow \frac{AB}{AC} = \frac{AD}{AB}$ và $\widehat{A}$: góc chung

Vậy $\Delta ABD \backsim \Delta ACB$. Suy ra $\widehat{ABD} = \widehat{ACB}$ (2)

Từ (1) và (2) ta có: $\widehat{ABD} = \widehat{ACB} \Leftrightarrow AB^2 = AC.AD$ (đpcm)

10. Cho hình hộp chữ nhật ABCD.A'B'C'D' có AB = 12cm, AD = 16cm, AA'= 25cm.

a) Chứng minh các tứ giác ACC'A', BDD'B' là những hình chữ nhật

b) Chứng minh rằng $AC'^2 = AB^2 + AD^2 + AA'^2$

c) Tính diện tích toàn phần và thể tích của hình hộp chữ nhật.

Giải

a) Chứng minh tứ giác ACC'A' và BDD'B' là những hình chữ nhật.

* Tứ giác ACC'A' là hình chữ nhật.

Xét tứ giác ACC'A' ta có:

$AA' = CC'$ và $AC' // A'C'$

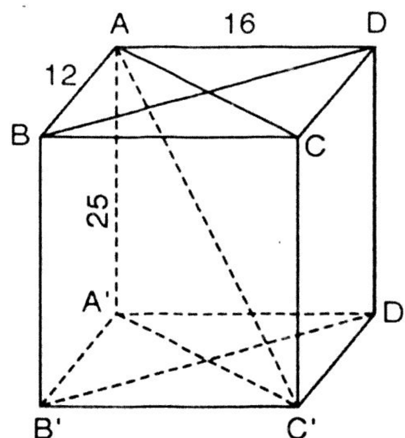
(do ABCDA'B'C'D' là hình hộp chữ nhật)

Vậy ACC'A' là hình bình hành (1)

Ta có: $AA' \perp (A'B'C'D') \Rightarrow AA' \perp A'C'$

hay $\widehat{AA'C} = 90^0$ (2)

Từ (1) và (2) suy ra tứ giác ACC'A' là hình chữ nhật. (đpcm)



* Tứ giác BDD'B' là hình chữ nhật.

Tương tự, ta có: BDD'B' là hình bình hành (1)

$BB' \perp B'D' \Rightarrow \widehat{BB'D} = 90^0$ (2)

Từ (1) và (2) suy ra BDD'B' là hình chữ nhật.

b) Chứng minh $AC'^2 = AB^2 + AD^2 + AA'^2$

Ta có: $C'C \perp (ABCD) \Rightarrow C'C \perp CA$ hay $\Delta ACC'$ vuông tại C.

Áp dụng định lí Py-ta-go trong tam giác vuông ACC', ta có:

$AC'^2 = AC^2 + CC'^2 = AC^2 + AA'^2$ (1)

Vì ABCD là hình chữ nhật nên ΔABC vuông tại B.

Áp dụng định lí Py-ta-go trong tam giác vuông ABC, ta có:

$AC^2 = AB^2 + BC^2 = AB^2 + AD^2$ (2)

Thay AC^2 từ (2) vào (1) ta có: $AC'^2 = AC^2 + AA'^2$

Vậy $AC'^2 = AB^2 + AD^2 + AA'^2$ (đpcm).

c) * Diện tích toàn phần:

Ta có diện tích xung quanh hình hộp chữ nhật:

$S_{xq} = 2(a + b).c = 2(12 + 16).25 = 50.28 = 1400$ (cm^2)

$2S_đ = 2.12.16 = 384$ (cm^2)

Ta có: $S_{tp} = S_{xq} + 2S_đ = 1400 + 384 = 1784$ (cm^2)

Vậy $S_{tp} = 1784$ cm^2

* Thể tích hình hộp chữ nhật.

Ta có $V = abc = 12.16.25 = 4800$ (cm^3)

Vậy $V = 4800$ cm^3.

11. Cho hình chóp tứ giác đều S.ABCD có cạnh đáy AB = 20cm, cạnh bên SA = 24 cm.

a) Tính chiều cao SO rồi tính thể tích của hình chóp.

b) Tính diện tích toàn phần của hình chóp.

Giải

a) Vì S.ABCD là hình chóp tứ giác đều nên ABCD là một hình vuông.

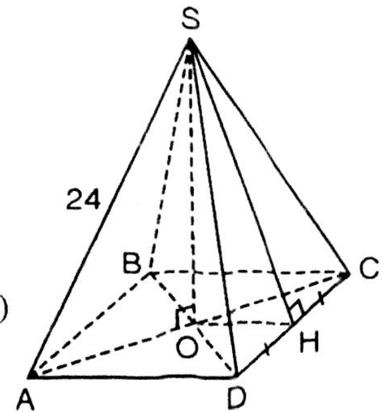
Do đó $BD = AB\sqrt{2} = 20\sqrt{2}$ cm và SA = SB = SC = SD = 24 (cm)

Vì SO là đường cao nên $SO \perp (ABCD)$ nên $SO \perp OB$ hay ΔOSB vuông tại O.

Áp dụng định lí Py-ta-go trong tam giác OSB, ta có:

$$SO^2 = SB^2 - OB^2 = 24^2 - \left(\frac{20\sqrt{2}}{2}\right)^2 = 576 - 200 = 376$$

$\Rightarrow \quad SO = 19,4$ (cm)



Thể tích hình chóp:

$$V = \frac{1}{3}S.h \begin{cases} S: \text{diện tích đáy} \\ h: \text{chiều cao} \end{cases}$$

$$= \frac{1}{3}AB^2.SO = \frac{1}{3}20^2.19,4 = 2586,6\ (cm^3)$$

b) Diện tích toàn phần hình chóp:

Gọi H là trung điểm của CD.

Vì ΔSCD cân tại S nên SH là đường cao của tam giác.

Áp dụng định lí Py-ta-go trong tam giác vuông SHD, ta có:

$$SH^2 = SD^2 - DH^2 = 24^2 - \left(\frac{20}{2}\right)^2 = 576 - 100 = 476$$

$\Rightarrow \quad SH \approx \sqrt{476} = 21,8$ (cm)

Ta có: $S_{xq} = P.d \begin{cases} P: \text{nửa chu vi đáy} \\ d: \text{trung đoạn} \end{cases}$

$$S_{xq} = \frac{1}{2}.80.21,8 \approx 872\ (cm^2)$$

Vậy diện tích toàn phần của hình chóp S.ABCD là:

$$S_{tp} = S_{xq} + S_d = 872 + 400 = 1272\ (cm^2)$$

ĐỀ THI KIỂM TRA HỌC KÌ II

ĐỀ 1

PHÒNG GIÁO DỤC QUẬN TÂN BÌNH, TPHCM NĂM HỌC 2005-2006

Môn : **TOÁN** – *Thời gian : 90 phút*

I. TRẮC NGHIỆM (3đ) *Chọn câu đúng nhất* :

Câu 1 : Điều kiện xác định của phương trình : $\frac{1}{x+1} - \frac{x-1}{x} = \frac{3x+1}{x(x+1)}$

a) $x = 1$ và $x = 0$ b) $x \neq 0$

c) $x \neq 1$ d) $x \neq 0$ và $x \neq -1$.

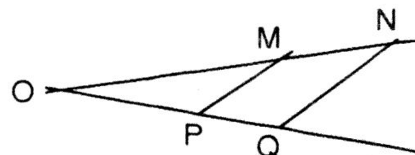
Câu 2 : MP // NQ. Biết OM = 4 ; ON = 6 ; OP = 2. Vậy OQ = ?

a) 5

b) 4

c) 3

d) 10.



Câu 3 : Tập nghiệm của phương trình $(x - 2)(x^2 + 9) = 0$ là :

a) S = {2} b) S = {–9 ; 2}

c) S = {9 ; 2} d) S = {0 ; 2}.

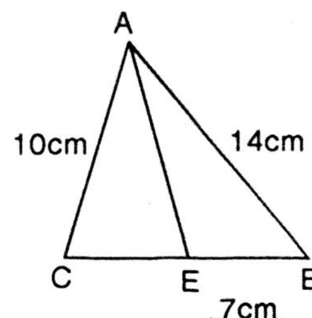
Câu 4 : AE là phân giác $\widehat{BAC}$. Vậy EC = ?

a) 3 cm

b) 4 cm

c) 5 cm

d) 6 cm.



Câu 5 : Phương trình 5x = 0 có nghiệm là :

a) x = 5 b) x = 0 c) x = –5 d) $x = \frac{1}{5}$

Câu 6 : Cho AB = 5 m, CD = 4 dm thì $\frac{AB}{CD} = ?$

a) $\frac{5}{4}$ b) $\frac{50}{4}$ c) $\frac{50}{4}$ dm d) $\frac{5}{4}$ dm.

II. BÀI TOÁN (7 điểm)

Bài 1 (1,5 điểm) : Giải phương trình :

$$\frac{x+2}{x-2}-\frac{1}{x}=\frac{2}{x(x-2)}.$$

Bài 2 : (2 điểm) Có 54 con vừa gà vừa mèo. Tất cả đếm được 154 cái chân. Hỏi có bao nhiêu con gà ? con mèo ?

Bài 3 : (3,5 điểm) Cho ΔABC cân tại A, đường cao AH và phân giác BD cắt nhau ở M. Cho biết AB = 10 cm ; BC = 12 cm.

1. Tính các tỉ số sau : $\frac{DA}{DC}$; $\frac{MA}{MH}$.
2. Từ D kẻ DK vuông góc với BC (điểm K thuộc BC). Chứng minh : $\frac{CD}{CA}=\frac{CK}{BH}$.
3. Tính diện tích của ΔABM.

Hướng dẫn

I. TRẮC NGHIỆM

Câu 1. *Chọn câu d* **Câu 2.** *Chọn câu c*

Câu 3. *Chọn câu a* **Câu 4.** *Chọn câu c*

Câu 5. *Chọn câu b* **Câu 6.** *Chọn câu b*

II. BÀI TOÁN

Bài 1 : ĐKXĐ : $x \neq 0$ và $x \neq 2$

Ta có : $\frac{x+2}{x-2}-\frac{1}{x}=\frac{2}{x(x-2)} \Leftrightarrow x(x+2)-(x-2)=2$

$\Leftrightarrow x^2+2x-x+2=2$

$\Leftrightarrow \ldots \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=0 \text{ (loại)} \\ x=-1 \text{ (nhận)} \end{array}\right.$

$S=\{-1\}$.

Bài 2 : Gọi số gà có là x (con) (điều kiện : $x \in N^*$)

Phương trình lập được là : $2x + 4(54 - x) = 154$

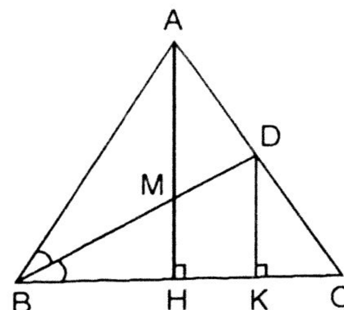
....

$x = 31$.

Bài 3 :

1) $\frac{DA}{DC} = \frac{AB}{BC} = \frac{5}{6}$; $\frac{MA}{MH} = \frac{AB}{BH} = \frac{5}{3}$

(tính chất đường phân giác của tam giác)



2) AH // DK $\Rightarrow \frac{CD}{CA} = \frac{CK}{CH}$, BH = CH.

3) $\frac{MA}{MH} = \frac{5}{3} \Rightarrow \frac{MA}{MA+MH} = \frac{5}{5+3}$

$$\Rightarrow MA = \frac{5}{8}AH \Rightarrow S_{ABM} = \frac{5}{8}S_{ABH}$$

ĐỀ 2

PHÒNG GIÁO DỤC HUYỆN AN NHƠN, TỈNH BÌNH ĐỊNH, NĂM HỌC 2004-2005

Môn : **TOÁN** - *Thời gian : 90 phút*

I. TRẮC NGHIỆM (2 điểm)

1. Phương trình 2x – 2 = x + 5 có nghiệm x bằng :

(A) –7 (B) $\frac{7}{3}$ (C) 3 (D) 7.

2. Tập nghiệm của phương trình : $(x^2 - 1)(2x - 1) = 0$ là :

(A) {–1 ; 1} (B) {–1 ; 1 ; 0,5} (C) {–1} (D) {1}.

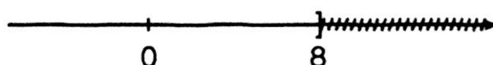
3. Điều kiện xác định của phương trình :

$$\frac{x}{2(x-3)} + \frac{x}{2x+2} = \frac{2x}{(x+1)(x-3)} \text{ là :}$$

(A) $x \neq -1$ (B) $x \neq 3$

(C) $x \neq -1$ và $x \neq 3$ (D) $x \neq 1$ và $x \neq -3$.

4. Hình sau đây biểu diễn tập nghiệm của bất phương trình nào ?



(A) $x + 2 \geq 10$ (B) $x + 2 < 10$

(C) $x + 2 > 10$ (D) $x + 2 \leq 10$.

5. Biết $\frac{MN}{PQ} = \frac{3}{4}$ và PQ = 5 cm. Độ dài đoạn MN bằng :

(A) 3,75 cm (B) $\frac{20}{3}$ cm (C) 15 cm (D) 20 cm.

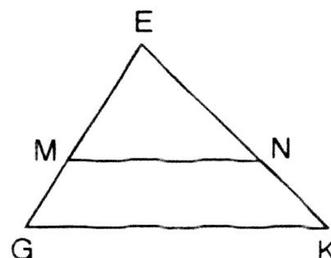
6. Trong hình sau đây có MN // GK. Đẳng thức nào sau đây là **sai** ?

(A) $\frac{EM}{EG} = \frac{EK}{EN}$

(B) $\frac{EM}{MG} = \frac{EN}{NK}$

(C) $\frac{EM}{EG} = \frac{EN}{EK}$

(D) $\frac{MG}{EG} = \frac{NK}{EK}$



7. Hình lập phương có :

(A) 6 mặt, 6 đỉnh, 12 cạnh.

(B) 6 đỉnh, 8 mặt, 12 cạnh.

(C) 6 mặt, 8 cạnh, 12 đỉnh.

(D) 6 mặt, 8 đỉnh, 12 cạnh.

8. Một hình lập phương có diện tích toàn phần của nó là 216 cm^2. Thể tích của hình lập phương đó bằng :

(A) 18 cm^3 (B) 36 cm^3 (C) 216 cm^3 (D) 612 cm^3.

II. TỰ LUẬN (8 điểm)

9. Một người đi ô tô từ A đến B với vận tốc dự định là 48 km/h. Nhưng sau khi đi được 1 giờ với vận tốc ấy, người đó nghỉ 10 phút và tiếp tục đi tiếp. Để đến B kịp thời gian đã định, người đó phải tăng vận tốc thêm 6 km/h. Tính quãng đường AB.

10. Giải bất phương trình : $3x + 5 < 5x - 7$.

11. Cho tam giác ABC và đường trung tuyến BM. Trên đoạn BM lấy điểm D sao cho $\frac{BD}{DM} = \frac{1}{2}$. Tia AD cắt BC tại K, cắt tia Bx tại E (Bx // AC).

a) Tìm tỉ số $\frac{BE}{AC}$.

b) Chứng minh $\frac{BK}{BC} = \frac{1}{5}$.

c) Tìm tỉ số diện tích của hai tam giác ABK và ABC.

Hướng dẫn

I. TRẮC NGHIỆM

Câu 1. *Chọn câu D*

Câu 2. *Chọn câu B*

Câu 3. *Chọn câu C*

Câu 4. *Chọn câu D*

Câu 5. *Chọn câu A*

Câu 6. *Chọn câu A*

Câu 7. *Chọn câu D*

Câu 8. *Chọn câu C*

II. TỰ LUẬN

9. 10 phút = $\frac{1}{6}$ giờ

Gọi quãng đường AB là x (km) (điều kiện : x > 0)

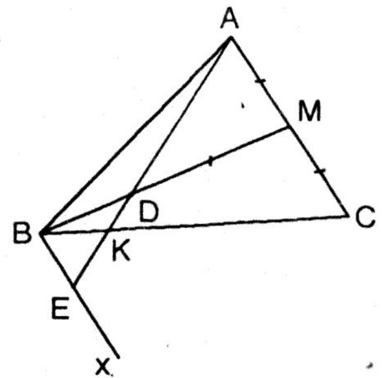
Phương trình cần lập là : $\frac{x}{48} = 1 + \frac{1}{6} + \frac{x-48}{54}$

$$x = 120.$$

10. $3x + 5 < 5x - 7 \Leftrightarrow 3x - 5x < -7 - 5$

$\Leftrightarrow -2x < -12 \Leftrightarrow x > 6.$

11. a) $\frac{BE}{AM} = \frac{BD}{DM} = \frac{1}{2}$



$AM = \frac{AC}{2}.$

Do đó : $\frac{BE}{\frac{AC}{2}} = \frac{1}{2} \Rightarrow \frac{BE}{AC} = \frac{1}{4}$

b) $\frac{BK}{KC} = \frac{1}{4} \Rightarrow \frac{BK}{BK+KC} = \frac{1}{1+4} \Rightarrow \frac{BK}{BC} = \frac{1}{5}$

c) Hai tam giác ABK, ABC có chung đường cao vẽ từ A đến BC.

Mà $\frac{BK}{BC} = \frac{1}{5} \Rightarrow \frac{S_{ABK}}{S_{ABC}} = \frac{1}{5}.$

ĐỀ 3

PHÒNG GIÁO DỤC HUYỆN AN NHƠN, BÌNH ĐỊNH, NĂM HỌC 2005-2006

Môn : **TOÁN** - *Thời gian : 90 phút*

I. PHẦN TRẮC NGHIỆM (3,0 điểm)

Hãy chọn phương án trả lời đúng.

(Chọn một chữ cái A, B, C hoặc D rồi ghi ra tờ giấy làm bài thi).

Câu 1 : Tập nghiệm của phương trình $\left(x - \frac{1}{2}\right)\left(x + \frac{4}{5}\right) = 0$ là :

(A) $\left\{\frac{1}{2}\right\}$ (B) $\left\{\frac{-4}{5}\right\}$

(C) $\left\{\frac{-1}{2}; \frac{4}{5}\right\}$ (D) $\left\{\frac{1}{2}; \frac{-4}{5}\right\}$.

Câu 2 : Điều kiện xác định của phương trình $\frac{x}{2x-1} + \frac{x-1}{2-x} = 0$ là :

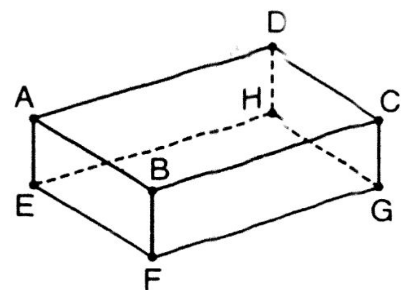
(A) $x \neq \frac{1}{2}$ hoặc $x \neq 2$ (B) $x \neq \frac{1}{2}$

(C) $x \neq \frac{1}{2}$ và $x \neq 2$ (D) $x \neq -\frac{1}{2}$ và $x \neq 2$.

Câu 3 : Một hình thoi có độ dài cạnh là 20 cm, độ dài một đường chéo là 24 cm. Diện tích hình thoi đó là :

(A) 240 cm^2 (B) 192 cm^2 (C) 480 cm^2 (D) 384 cm^2.

Câu 4 : Cho hình hộp chữ nhật như hình bên. Kết luận đúng là :



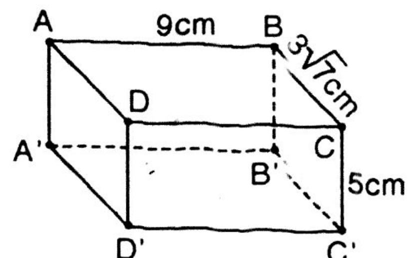
(A) mp (ABCD) // mp (DCFE)

(B) mp (AEHD) // mp (BCHE)

(C) mp (BCGF) // mp (ADHE)

(D) mp (ABCD) // mp (ABFE).

Câu 5 : Các kích thước của hình hộp chữ nhật như ở hình bên. Độ dài đoạn AC′ là :



(A) $6\sqrt{7}$ cm

(B) $8\sqrt{7}$ cm

(C) 13 cm

(D) 21 cm.

Câu 6 : Nối mỗi dòng ở cột A với một dòng thích hợp ở cột B để có kết quả đúng rồi ghi trả lời ra tờ giấy làm bài thi.

Cột A	Cột B	Trả lời
1. Thể tích của hình lăng trụ đứng là 2. Thể tích hình chóp đều là	**a)** **V = p.d** *(p : nửa chu vi đáy, d : trung đoạn)* **b)** **V = S.h** *(S : diện tích đáy, h : chiều cao)* **c)** **V = abc** *(a, b, c : độ dài các kích thước của hình)* **d)** $\mathbf{V = \frac{1}{3} S.h}$ *(S : diện tích đáy, h : chiều cao)*	1 + ... 2 + ...

II. PHẦN TỰ LUẬN (7,0 điểm)

Bài 1 : (1,5 điểm)

Giải bất phương trình và biểu diễn tập nghiệm trên trục số :

$$\frac{1-2x}{4} - 2 < \frac{1-5x}{8}.$$

Bài 2 : (2,0 điểm)

Một xưởng dệt theo kế hoạch mỗi ngày phải dệt 50 chiếc áo. Xưởng đã dệt được mỗi ngày 60 chiếc áo, nên đã hoàn thành trước thời hạn 1 ngày, ngoài ra còn làm thêm được 30 chiếc áo nữa. Tính số áo xưởng phải dệt theo kế hoạch.

Bài 3 : (3,5 điểm)

Cho tam giác ABC vuông tại A có AB = 12 cm, AC = 16 cm.

a) Tính BC.

b) Vẽ đường cao AH. Chứng minh rằng : $AC^2 = CH.BC$. Tính CH.

c) Vẽ BD là đường phân giác của tam giác ABC. Qua trung điểm M của AC, vẽ đường thẳng song song với BD cắt BC, AB lần lượt tại E và F. Chứng minh rằng AF = CE.

Hướng dẫn

I. PHẦN TRẮC NGHIỆM

Câu 1. *Chọn câu D*

Câu 2. *Chọn câu C*

Câu 3. *Chọn câu D*

Câu 4. *Chọn câu C*

Câu 5. *Chọn câu C*

Câu 6. 1 + b ; 2 + d

II. PHẦN TỰ LUẬN

Bài 1 : $\frac{1-2x}{4} - 2 < \frac{1-5x}{8}$ $\Leftrightarrow 2(1 - 2x) - 16 < 1 - 5x$

$\Leftrightarrow 2 - 4x - 16 < 1 - 5x$

$\Leftrightarrow -4x + 5x < 1 - 2 + 16$

$\Leftrightarrow x < 15$.

Bài 2 : Gọi số áo phải dệt theo kế hoạch là x (cái) (điều kiện : $x \in N^*$)

Phương trình lập được : $\frac{x}{50} = \frac{x+30}{60} + 1$

$x = 450$.

Bài 3 : a) $AB^2 + AC^2 = BC^2$

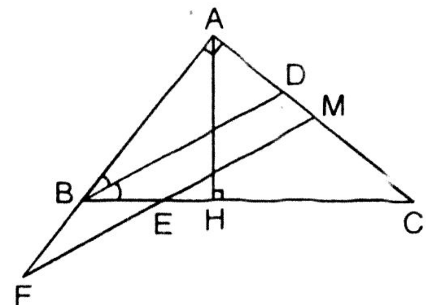
BC = 20 cm.

b) $\Delta ABC \backsim \Delta HAC$ (g-g)

$\Rightarrow \frac{AC}{CH} = \frac{BC}{AC} \Rightarrow AC^2 = CH.BC$

$\Rightarrow CH = \frac{AC^2}{BC}$

$CH = \frac{16^2}{20} = 12,8$ (cm)



c) ΔABC có BD là đường phân giác $\Rightarrow \frac{DA}{DC} = \frac{AB}{BC} \Rightarrow \frac{BC}{DC} = \frac{AB}{DA}$ (1)

ΔAFM có BD // FM $\Rightarrow \frac{AF}{AB} = \frac{AM}{AD} \Rightarrow \frac{AF}{AM} = \frac{AB}{DA}$ (2)

ΔBDC có EM // BD $\Rightarrow \frac{CE}{BC} = \frac{CM}{DC} \Rightarrow \frac{CE}{CM} = \frac{BC}{DC}$ (3)

Từ (1), (2) và (3) có : $\frac{AF}{AM} = \frac{CE}{CM}$

Mà AM = CM

Do đó : AF = CE (đpcm).

MỤC LỤC

PHẦN ĐẠI SỐ

PHẦN HÌNH HỌC

NHÀ XUẤT BẢN ĐẠI HỌC QUỐC GIA HÀ NỘI
16 Hàng Chuối - Hai Bà Trưng - Hà Nội
Điện thoại : (04) 3972 4852; (04) 3972 4770 - Fax : (04) 3971 4899

Chịu trách nhiệm xuất bản :
Giám đốc : **PHÙNG QUỐC BẢO**
Tổng biên tập : **PHẠM THỊ TRÂM**
Biên tập : Quốc Trung - Đặng Thị Bình
Sửa bài : Đặng Thị Bình
Trình bày : Diệu Tâm
Trình bày bìa : Công ty Sách Hoa Hồng
Đối tác liên kết xuất bản : Công ty Sách Hoa Hồng

GIẢI BÀI TẬP TOÁN 8 - Tập hai

Mã số : 1L-68 ĐH2009
In 5000 cuốn, khổ 16 × 24cm tại Công ty In Hoa Mai. Số xuất bản: 253-2009/CXB/22-41/ĐHQGHN, ngày 25/03/2009. Quyết định xuất bản số: 68 LK-TN/XB. In xong và nộp lưu chiểu quý II năm 2009.